

Álgebra II: Examen Final

02 de junio de 2026

Nombre	
--------	--

Instrucciones:

- Realiza lo que se pide en cada ejercicio.
- El examen tiene un valor total de 100 pts + pts extra (Todos los ejercicios con * son opcionales).
- Cada problema debe tener su procedimiento debidamente desarrollado.
- **Escribir un paso por línea;** es decir: escribir

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 10x - 28 = 0 &\Rightarrow 2(x^2 + 5x - 14) = 0 \\
 &\Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \\
 &\Rightarrow (x + 7)(x - 2) = 0 \\
 &\Rightarrow x + 7 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 2 = 0 \\
 &\Rightarrow x = -7 \quad \text{ó} \quad x = 2
 \end{aligned}$$

y NO escribir

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 10x - 28 = 0 &\Rightarrow 2(x^2 + 5x - 14) = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow (x + 7)(x - 2) = 0 \\
 &\Rightarrow x + 7 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 2 = 0 \Rightarrow x = -7 \quad \text{ó} \quad x = 2
 \end{aligned}$$

- Propiedades de los logaritmos.

1. $\log_b b = 1$
2. $\log_b 1 = 0$
3. $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$
4. $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
5. $\log_b x^n = n \log_b x$
6. $\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_b x$
7. $b^{\log_b x} = x$
8. $\log_b b^x = x$

Los problemas

- (10 pts) Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas
 (a) $x^2 = 4x$ (b) $x^2 + 9 = 0$ (c) $2x^2 + 7x = 30$
- (10 pts + 5 pts) Sean $w = \sqrt{2} + i$ y $z = 3 - i\sqrt{5}$ donde i es la unidad imaginaria, determina
 (a) $w + z$ (b) $w - z$ (c) wz (d) $\frac{z}{w}$ (e)* $|w|$ y $|z|$
- (10 pts + 10 pts) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones
 (a) $\begin{cases} 8p - 3q = 8 \\ 2p + 9q = 15 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} a + b = 3 \\ a - c = 8 \\ b - 2c = 4 \end{cases}$
 (c)* $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x + y = 5 \end{cases}$
- (10 pts) Resuelve la siguiente ecuación $5(2^{2x+1}) - 11(2^x) + 3 = 0$ (Hint: Usa el cambio de variable $y = 2^x$) (Hint 2: recuerda que para toda $x \in \mathbb{R}$ se tiene que $x^{m+1} = x(x^m)$ para todo $m \in \mathbb{R}$)
- (10 pts + 5 pts) Resuelve la siguiente ecuación $\log_{10} x + \log_{10} (x - 3) = 1$. *Justifica si todas las soluciones son posibles.
- (10 pts) Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde una altura de 2 metros sobre el suelo, con una velocidad inicial de 15 m/s . La altura h (en metros) es función de tiempo t (en segundos) viene dada por:

$$h(t) = -4.9t^2 + 15t + 2$$

¿En qué instante t la pelota se encuentra a 10 metros de altura?

- (10 pts) Un granjero prepara una mezcla de avena y maíz para alimentar a su ganado. Cada kilogramo de avena contiene 0.15 kg de proteína y 0.6 kg de carbohidratos, mientras que cada kilogramo de maíz contiene 0.1 kg de proteína y 0.75 kg de carbohidratos. ¿Cuántos kilogramos de cada uno pueden usarse para cumplir con los requerimientos nutricionales de 7.5 kg de proteínas y 50 kg de carbohidratos por comida?
- (10 pts) Una compañía tiene tres máquinas A, B y C que producen cierto artículo. Sin embargo, debido a la falta de operarios capacitados, solamente se pueden operar dos de las máquinas simultáneamente. La siguiente tabla muestra la producción en periodos de tres días, usando las diversas combinaciones de dos máquinas ¿Cuanto tiempo le

Maquinas utilizadas	Horas de uso	Artículos producidos
A y B	6	4 500
A y C	8	3 600
B y C	7	4 900

tomaría a cada máquina, si se usara sola, producir 1 000 artículos?

9. (10 pts) La población de una colonia de bacterias crece según el modelo exponencial $P(t) = P_0 e^{0.03t}$, t es el tiempo en horas, $P(t)$ es el número de bacterias al tiempo t y P_0 es la población inicial. ¿Cuántas horas tardará la población en llegar a 2000 bacterias si su población inicial fue de 500?
10. (10 pts) En un lago, la población de peces sigue el modelo logístico:

$$P(t) = \frac{P_0}{1 + 9e^{-0.2t}}$$

donde t es el tiempo en años, $P(t)$ es la población de peces al tiempo t y P_0 es la población inicial. ¿En cuántos años la población alcanzará los 50 peces si la población inicial es de 250 peces?