

Álgebra II: Primer examen parcial

24 de marzo de 2026

Nombre	
--------	--

Instrucciones:

- Realiza lo que se pide en cada ejercicio.
- El examen tiene un valor total de 100 pts + pts extra.
- Cada problema debe tener su procedimiento debidamente desarrollado.
- **Escribir una idea por línea** es decir.

escribir

$$\begin{aligned}2x^2 + 10x - 28 = 0 &\Rightarrow 2(x^2 + 5x - 14) = 0 \\&\Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \\&\Rightarrow (x + 7)(x - 2) = 0 \\&\Rightarrow x + 7 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 2 = 0 \\&\Rightarrow x = -7 \quad \text{ó} \quad x = 2\end{aligned}$$

y NO escribir

$$\begin{aligned}2x^2 + 10x - 28 = 0 &\Rightarrow 2(x^2 + 5x - 14) = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow (x + 7)(x - 2) = 0 \\&\Rightarrow x + 7 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 2 = 0 \Rightarrow x = -7 \quad \text{ó} \quad x = 2\end{aligned}$$

Simplifique las siguientes fracciones algebraicas.

1. (10 pts)
$$\frac{\left(a - 2b + \frac{4b^2}{a + 3b}\right) \left(a + 2b - \frac{b^2}{a + 2b}\right)}{1 + \frac{a}{b}}$$

Determine el polinomio que debe colocarse en el recuadro para obtener un enunciado verdadero.

1. (10 pts)
$$\frac{4r^2 - r - 18}{\boxed{}} \div \frac{4r^3 - 9r^2}{6r^2 - 9r + 3} = \frac{3(r - 1)}{r^2}$$

Realice las operaciones indicadas.

1. (9 pts) $(\sqrt{50} - \sqrt{2}) - (\sqrt{-12} - \sqrt{-48})$

2. (9 pts) $\frac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{-4}}$

3. (9 pts) $\left(11 - \frac{5}{9}i\right) - \left(4 - \frac{3}{5}i\right)$

4. (9 pts) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}i\right) \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}i\right)$

5. (4 pts) *Opcional: Determine el valor de $i^{2^{31}-1}$.

6. (5 pts) *Opcional: Determina el valor de $|z|$ cuando $z = 3 - 4i$.

Resuelva las siguientes ecuaciones mediante factorización.

1. (5 pts) $x^2 + 9x + 18 = 0$

2. (4 pts) $a^2 - 16 = 0$

3. (5 pts) $3w^2 - 10w + 8 = 0$

Resuelva completando el trinomio cuadrado perfecto.

1. (5 pts) $x^2 - 2x - 1 = 0$

Resuelva por la fórmula general (+2 pts si lo haces completando el trinomio cuadrado perfecto)

1. (5 pts) $4s^2 - 8s + 6 = 0$

*(8 pts) Opcional: Sea $ax^2 + bx + c = 0$ (con $a \neq 0$) una ecuación de segundo grado. Realiza el desarrollo algebraico necesario para deducir la fórmula general que permite obtener las soluciones de la ecuación:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Resuelva los siguientes problemas.

1. (10 pts) De las cuatro esquinas de una lámina cuadrada de lado 12 in , se eliminan cuadrados iguales de lado x . Se doblan los bordes de la lámina recortada para formar una caja sin tapa.
- a) Determina una fórmula para calcular el volumen de la caja con respecto a x
- b) Para encontrar el valor de x tal que maximice el volumen de la caja, es necesario resolver la ecuación.

$$144 - 96x + 12x^2 = 0$$

- 1) ¿Qué valor debe tomar x para maximizar el volumen de la caja?
- 2) ¿Cuál es el volumen máximo que puede tener la caja?
2. (10 pts) Dos automóviles deportivos están separados inicialmente por una distancia de 700 m en una carretera recta. En el instante $t = 0$, ambos parten del reposo ($v_0 = 0$) y comienzan a acelerar en direcciones opuestas.
- El automóvil **Rojo**: Parte de la posición $x = 0$ y se mueve hacia la derecha con una aceleración constante de $a_1 = 1.5\text{ m/s}^2$.
 - El automóvil **Azul**: Parte de la posición $x = 700\text{ m}$ y se mueve hacia la izquierda con una aceleración constante de $a_2 = 2.7\text{ m/s}^2$.

Suponiendo que ambos mantienen su aceleración constante durante todo el movimiento:

- a) Escribe las ecuaciones de posición (relativo al origen $x = 0$) $x_1(t)$ y $x_2(t)$ para cada automóvil (Recuerda: $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$).
- b) Determina el instante de tiempo en el que se encuentran.
- c) Calcula la posición (respecto al origen $x = 0$) donde ocurre el encuentro.
- d) ¿Que velocidad lleva cada automóvil en el momento del encuentro? ($v = v_0 + at$).