

Álgebra II: Segundo examen parcial

28 de mayo de 2026

Nombre	
--------	--

Instrucciones:

- Realiza lo que se pide en cada ejercicio.
- El examen tiene un valor total de 100 pts + pts extra (Todos los ejercicios con * son opcionales).
- Cada problema debe tener su procedimiento debidamente desarrollado.
- **Escribir un paso por línea;** es decir: escribir

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 10x - 28 = 0 &\Rightarrow 2(x^2 + 5x - 14) = 0 \\
 &\Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \\
 &\Rightarrow (x + 7)(x - 2) = 0 \\
 &\Rightarrow x + 7 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 2 = 0 \\
 &\Rightarrow x = -7 \quad \text{ó} \quad x = 2
 \end{aligned}$$

y NO escribir

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 10x - 28 = 0 &\Rightarrow 2(x^2 + 5x - 14) = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow (x + 7)(x - 2) = 0 \\
 &\Rightarrow x + 7 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 2 = 0 \Rightarrow x = -7 \quad \text{ó} \quad x = 2
 \end{aligned}$$

- Propiedades de los logaritmos.

1. $\log_b b = 1$
2. $\log_b 1 = 0$
3. $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$
4. $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
5. $\log_b x^n = n \log_b x$
6. $\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_b x$
7. $b^{\log_b x} = x$
8. $\log_b b^x = x$

Los problemas

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones (si no tiene solución o tiene infinidad de soluciones, indícalo).

$$(a) \begin{cases} 5x + y = -20 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ 2x - 3y - 8z = -22 \\ x - y + 3z = 0 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} 10m - 3n = 19 \\ 15m - 24n = 35 \end{cases}$$

2. Se sabe que la suma los cuadrados de los primeros n números enteros no negativos se comporta como un polinomio cúbico; es decir, si

$$S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 \quad (1)$$

entonces

$$S(n) = an^3 + bn^2 + cn + d \quad (2)$$

para ciertos $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

- Usando la formula (1), determina los valores $S(0)$, $S(1)$, $S(2)$ y $S(3)$.
 - Usando la fórmula (2), determina ahora $S(0)$, $S(1)$, $S(2)$ y $S(3)$ en términos de a , b , c , y d .
 - Con los incisos anteriores, plantea un sistema de ecuaciones para a , b , c y d y resuelvalo.
 - *Usa este método para expresar la suma de los primeros n cubos mediante un polinomio de grado 4.
3. Un químico tiene tres soluciones, A, B y C, con concentraciones de cierto ácido de 10 %, 30 % y 50 %, respectivamente. El químico desea mezclar esas soluciones para obtener 50 litros de solución con 32 % de ácido, tal que el volumen de la C que usa sea el doble de la B. ¿Cuántos litros de cada solución deberá usar?
4. *Una población estable de 35 000 aves viven en tres islas, A, B y C. Cada año, 10 % de la población de la isla A emigra a la isla B; 20 % de la población de la isla B emigra a la isla C, y 5 % de la población de la C emigra a la A. Calcule el número de aves que vive en cada isla si la población de cada una no varía de un año a otro.
5. Use las propiedades de los logaritmos para desarrollar la siguiente expresión.

$$\log_5 \frac{3x^3(1-2x)^6}{2xy(x^2-y^2)}.$$

6. Aplica las propiedades de los logaritmos para expresar el siguiente logaritmo como el logaritmo de un solo argumento.

$$2 \ln 9 + 4 \ln m + 2 \ln p - 2 \ln 7 - 2 \ln x - 6 \ln y$$

7. *Usando las propiedades de los logaritmos has el desarrollo algebraico para llegar a que

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}, \quad b > 0.$$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $\ln x + \ln(x - 3e) = \ln 4 + 2$

b) $27^x = 3^{2x+3}$

c) $*3^{2x+2} + 3 = 3^x + 3^{x+3}$

9. El fechado con carbono-14, denotado por ^{14}C , se utiliza para aproximar la antigüedad de plantas y objetos antiguos. El ^{14}C decae exponencialmente a una tasa de 0.01205 % por año. Es decir, la cantidad de ^{14}C que queda en un objeto después de t años está dada por $f(t) = v_0 e^{-0.0001205t}$, donde v_0 es la cantidad inicial.

a) Si el hueso de un animal tenía originalmente 20 gramos de ^{14}C , y cuando se encontró tenía 9 gramos de ^{14}C , ¿Cuál es la edad del hueso?

b) ¿Cuál es la edad de un objeto que conserva 50 % de la cantidad original del ^{14}C ?