

### Cómo evitar errores comunes

LAS REGLAS CORRECTAS SON

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

Observe que:

$$\log_a (x + y) \neq \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a xy \neq (\log_a x)(\log_a y)$$

$$\log_a (x - y) \neq \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} \neq \frac{\log_a x}{\log_a y}$$

## 4 Utilizar propiedades adicionales de los logaritmos

Las últimas propiedades que analizaremos en esta sección se utilizarán para resolver ecuaciones en la sección 9.6.

### Propiedades adicionales de los logaritmos

Si  $a > 0$  y  $a \neq 1$ , entonces

$$\log_a a^x = x$$

**Propiedad 4**

$$a^{\log_a x} = x \quad (x > 0)$$

**Propiedad 5**

#### Ejemplos de la propiedad 4

$$\log_6 6^5 = 5$$

$$\log_9 9^x = x$$

#### Ejemplos de la propiedad 5

$$3^{\log_3 7} = 7$$

$$5^{\log_5 x} = x \quad (x > 0)$$

**EJEMPLO 4** ▶ Evalúe.    **a)**  $\log_5 25$                       **b)**  $\sqrt{16}^{\log_4 9}$

### Solución

**a)**  $\log_5 25$  puede escribirse como  $\log_5 5^2$  y, de acuerdo con la propiedad 4,

$$\log_5 25 = \log_5 5^2 = 2$$

**b)**  $\sqrt{16}^{\log_4 9}$  puede escribirse como  $4^{\log_4 9}$ . De acuerdo con la propiedad 5,

$$\sqrt{16}^{\log_4 9} = 4^{\log_4 9} = 9$$

▶ Ahora resuelva el ejercicio 55

## CONJUNTO DE EJERCICIOS 9.4



### Ejercicios de concepto/redacción

1. Explique la regla del producto para logaritmos.
2. Explique la regla del cociente para logaritmos.
3. Explique la regla de la potencia para logaritmos.
4. Explique por qué fue necesario indicar que  $x$  y  $y$  son números reales positivos cuando analizamos las reglas del producto y del cociente.
5. ¿Es verdadera la afirmación  $\log_a (xyz) = \log_a x + \log_a y + \log_a z$ ? Explique.
6. ¿Es verdadera la afirmación  $\log_b (x + y + z) = \log_b x + \log_b y + \log_b z$ ? Explique.

### Práctica de habilidades

Utilice las propiedades 1 a 3 para desarrollar.

7.  $\log_4 (3 \cdot 10)$
8.  $\log_5 (4 \cdot 7)$
9.  $\log_8 7(x + 3)$
10.  $\log_9 x(x + 2)$
11.  $\log_2 \frac{27}{11}$
12.  $\log_5 (41 \cdot 9)$

13.  $\log_{10} \frac{\sqrt{x}}{x-9}$

15.  $\log_6 x^7$

17.  $\log_4 (r+7)^5$

19.  $\log_4 \sqrt{\frac{a^3}{a+2}}$

21.  $\log_3 \frac{d^6}{(a-8)^4}$

23.  $\log_8 \frac{y(y+4)}{y^3}$

25.  $\log_{10} \frac{9m}{8n}$

Escriba como logaritmo de una sola expresión.

27.  $\log_5 2 + \log_5 8$

29.  $\log_2 9 - \log_2 5$

31.  $6 \log_4 2$

33.  $\log_{10} x + \log_{10} (x+3)$

35.  $2 \log_9 z - \log_9 (z-2)$

37.  $4(\log_5 p - \log_5 3)$

39.  $\log_2 n + \log_2 (n+4) - \log_2 (n-3)$

41.  $\frac{1}{2} [\log_5 (x-8) - \log_5 x]$

43.  $2 \log_9 4 + \frac{1}{3} \log_9 (r-6) - \frac{1}{2} \log_9 r$

45.  $4 \log_6 3 - [2 \log_6 (x+3) + 4 \log_6 x]$

14.  $\log_5 3^8$

16.  $\log_9 12(4)^6$

18.  $\log_8 b^3(b-2)$

20.  $\log_9 (x-6)^3 x^2$

22.  $\log_7 x^2(x-13)$

24.  $\log_{10} \left(\frac{z}{6}\right)^2$

26.  $\log_5 \frac{\sqrt{a} \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{c}}$

28.  $\log_3 4 + \log_3 11$

30.  $\log_7 17 - \log_7 3$

32.  $\frac{1}{3} \log_8 7$

34.  $\log_5 (a+1) - \log_5 (a+10)$

36.  $3 \log_8 y + 2 \log_8 (y-9)$

38.  $\frac{1}{2} [\log_6 (r-1) - \log_6 r]$

40.  $2 \log_5 t + 5 \log_5 (t-6) + \log_5 (3t+7)$

42.  $6 \log_7 (a+3) + 2 \log_7 (a-1) - \frac{1}{2} \log_7 a$

44.  $5 \log_6 (x+3) - [2 \log_6 (7x+1) + 3 \log_6 x]$

46.  $2 \log_7 (m-4) + 3 \log_7 (m+3) - [5 \log_7 2 + 3 \log_7 (m-2)]$

Determine el valor escribiendo cada argumento mediante los números 2 y/o 5 y usando los valores  $\log_a 2 = 0.3010$  y  $\log_a 5 = 0.6990$ .

47.  $\log_a 10$

48.  $\log_a 2.5$

49.  $\log_a 0.4$

50.  $\log_a \frac{1}{8}$

51.  $\log_a 25$

52.  $\log_a \sqrt[3]{5}$

Evalúe (vea el ejemplo 4).

53.  $5^{\log_5 10}$

54.  $\log_3 3$

55.  $(2^3)^{\log_8 7}$

56.  $\log_8 64$

57.  $\log_3 27$

58.  $2 \log_9 \sqrt{9}$

59.  $5(\sqrt[3]{27})^{\log_3 5}$

60.  $\frac{1}{2} \log_6 \sqrt[3]{6}$

## Resolución de problemas

61. Para  $x > 0$  y  $y > 0$ , ¿se cumple  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a xy^{-1} = \log_a x + \log_a y^{-1} = \log_a x + \log_a \frac{1}{y}$ ?

62. Lea el ejercicio 61. De acuerdo con la regla del cociente,  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ . ¿Podemos concluir por lo tanto que  $\log_a x - \log_a y = \log_a x + \log_a \frac{1}{y}$ ?

63. Utilice la regla del producto para demostrar que  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a \frac{1}{y}$

64. a) Explique por qué  $\log_a \frac{3}{xy} \neq \log_a 3 - \log_a x + \log_a y$

b) Desarrolle de forma correcta  $\log_a \frac{3}{xy}$ .