Solución

$$\begin{aligned} N &= 1000(2)^t \\ 30{,}000 &= 1000(2)^t && \textit{Sustituir N por 30,000.} \\ 30 &= (2)^t && \textit{Dividir ambos lados entre 1000.} \end{aligned}$$

Queremos determinar el valor de t; para hacerlo utilizaremos logaritmos. Comenzamos tomando el logaritmo de ambos lados de la ecuación.

$$\begin{aligned} \log 30 &= \log (2)^t \\ \log 30 &= t \log 2 && \textit{Regla de la potencia.} \\ \frac{\log 30}{\log 2} &= t && \textit{Dividir ambos lados entre log 2.} \\ \frac{1.4771}{0.3010} &\approx t \\ 4.91 &\approx t \end{aligned}$$

Será necesario que transcurran casi 4.91 horas para que el cultivo tenga 30,000 bacterias.

▸ Ahora resuelva el ejercicio 69

CONJUNTO DE EJERCICIOS 9.6

MathXL® MyMathLab

Ejercicios de concepto/redacción

1. Si $\log c = \log d$, ¿cuál es la relación entre c y d?

2. Si $c^r = c^s$, ¿cuál es la relación entre r y s?

3. ¿Qué se debe hacer después de resolver una ecuación logarítmica?

4. En las propiedades 6c y 6d, especificamos que x y y deben ser positivos. Explique por qué.

5. ¿Cómo puede darse cuenta rápidamente de que $\log (x + 4) = \log (-2)$ no tiene solución real?

6. ¿Puede $x = -1$ ser solución de la ecuación $\log_3 x + \log_3 (x - 8) = 2$? Explique.

Práctica de habilidades

Resuelva cada una de estas ecuaciones exponenciales sin utilizar la calculadora.

7. $5^x = 125$
8. $2^x = 128$
9. $3^x = 81$
10. $4^x = 256$
11. $64^x = 8$
12. $81^x = 3$
13. $7^{-x} = \frac{1}{49}$
14. $6^{-x} = \frac{1}{216}$
15. $27^x = \frac{1}{3}$
16. $25^x = \frac{1}{5}$
17. $2^{x+2} = 64$
18. $3^{x-6} = 81$
19. $2^{3x-2} = 128$
20. $64^x = 4^{4x+1}$
21. $27^x = 3^{2x+3}$
22. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$

Utilice la calculadora para resolver cada ecuación. Redondee sus respuestas al centésimo más cercano.

23. $7^x = 50$
24. $1.05^x = 23$
25. $4^{x-1} = 35$
26. $2.3^{x-1} = 26.2$
27. $1.63^{x+1} = 25$
28. $4^x = 9^{x-2}$
29. $3^{x+4} = 6^x$
30. $5^x = 2^{x+5}$

Resuelva cada ecuación logarítmica. Cuando lo considere apropiado, utilice una calculadora. Si la respuesta es irracional, redondee la respuesta al centésimo más cercano.

31. $\log_{36} x = \frac{1}{2}$
32. $\log_{81} x = \frac{1}{2}$
33. $\log_{125} x = \frac{1}{3}$
34. $\log_{81} x = \frac{1}{4}$
35. $\log_2 x = -4$
36. $\log_7 x = -2$
37. $\log x = 2$
38. $\log x = 4$
39. $\log_2 (5 - 3x) = 3$
40. $\log_4 (3x + 7) = 3$
41. $\log_5 (x + 1)^2 = 2$
42. $\log_3 (a - 2)^2 = 2$
43. $\log_2 (r + 4)^2 = 4$
44. $\log_2 (p - 3)^2 = 6$
45. $\log (x + 8) = 2$
46. $\log (3x - 8) = 1$
47. $\log_2 x + \log_2 5 = 2$
48. $\log_3 2x + \log_3 x = 4$

49. $\log(r + 2) = \log(3r - 1)$

50. $\log 2a = \log(1 - a)$

51. $\log(2x + 1) + \log 4 = \log(7x + 8)$

52. $\log(x - 5) + \log 3 = \log(2x)$

53. $\log n + \log(3n - 5) = \log 2$

54. $\log(x + 4) - \log x = \log(x + 1)$

55. $\log 6 + \log y = 0.72$

56. $\log(x + 4) - \log x = 1.22$

57. $2 \log x - \log 9 = 2$

58. $\log 6000 - \log(x + 2) = 3.15$

59. $\log x + \log(x - 3) = 1$

60. $2 \log_2 x = 4$

61. $\log x = \frac{1}{3} \log 64$

62. $\log_7 x = \frac{3}{2} \log_7 9$

63. $\log_8 x = 4 \log_8 2 - \log_8 8$

64. $\log_4 x + \log_4(6x - 7) = \log_4 5$

65. $\log_5(x + 3) + \log_5(x - 2) = \log_5 6$

66. $\log_7(x + 6) - \log_7(x - 3) = \log_7 4$

67. $\log_2(x + 3) - \log_2(x - 6) = \log_2 4$

68. $\log(x - 7) - \log(x + 3) = \log 6$

Resolución de problemas

Resuelva cada problema. Redondee sus respuestas al centésimo más cercano.

69. **Bacterias** Si el número inicial de bacterias, en el cultivo del ejemplo 7, es 4500 bacterias, ¿cuándo habrá en él 50,000 bacterias? Utilice $N = 4500(2)^t$.

70. **Bacterias** Si después de 4 horas en un cultivo, en el que cada hora se duplica el número de bacterias, hay 2224 bacterias, ¿cuántas bacterias había al principio?

71. **Decaimiento radiactivo** La cantidad, A, de material radiactivo que queda al cabo de t años en una muestra de 200 gramos, puede determinarse mediante la ecuación $A = 200(0.75)^t$. ¿Cuándo quedarán 80 gramos?

72. **Decaimiento radiactivo** La cantidad, A, de material radiactivo que queda al cabo de t años en una muestra de 70 gramos, puede determinarse mediante la ecuación $A = 70(0.62)^t$. ¿Cuándo quedarán 10 gramos?

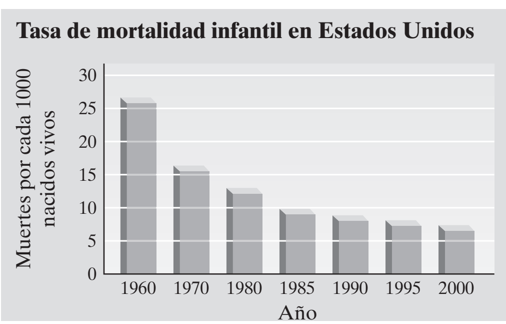
73. **Cuenta de ahorros** Paul Trapper invierte \$2000 en una cuenta de ahorros que genera interés a una tasa de 5% capitalizable anualmente. ¿Cuánto tiempo pasará para que los \$2000 se conviertan en \$4600? Utilice la fórmula de interés compuesto, $A = p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$, que se analizó en la página 606.

74. **Cuenta de ahorros** Si Tekar Werner invierte \$600 en una cuenta de ahorros que genera interés a una tasa de 6% capitalizable semestralmente, ¿cuánto tiempo pasará para que los \$600 se conviertan en \$1800?

75. **Tasa de mortalidad infantil** La tasa de mortalidad infantil (muertes por cada 1000 nacidos vivos) en Estados Unidos ha disminuido desde antes de 1959. (Aunque en otros países ha ocurrido lo mismo, la disminución ha sido menos significativa.) La tasa de mortalidad infantil en Estados Unidos puede calcularse mediante la función

$$f(t) = 26 - 12.1 \log(t + 1)$$

donde t es el número de años a partir de 1960 y $0 \le t \le 45$. Utilice esta función para calcular la tasa de mortalidad infantil en Estados Unidos en **a)** 1990, **b)** 2005.



76. **Homicidios** A partir de 1993, el número de homicidios en la ciudad de Nueva York ha estado disminuyendo. El número de homicidios puede calcularse mediante la función

$$f(t) = 1997 - 1576 \log(t + 1)$$

donde t es el número de años desde 1993. Si esta tendencia continúa, utilice esta función para calcular el número de homicidios en la ciudad de Nueva York en 2008.

77. **Depreciación** A fin de reducir el pago de impuestos, los empresarios acostumbran calcular la depreciación de la maquinaria de producción. El valor que tiene la maquinaria al final de su vida útil se denomina *valor de desecho*. Cuando la maquinaria se deprecia anualmente en un porcentaje fijo, su valor de desecho es $S = c(1 - r)^n$, donde c es el costo original, r es la tasa anual de depreciación, dada en forma decimal, y n es la vida útil en años. Determine el valor de desecho de una maquinaria que cuesta \$50,000, tiene una vida útil de 12 años y su tasa de depreciación anual es de 15%.

78. **Depreciación** Si la maquinaria del ejercicio 77 cuesta \$100,000, tiene una vida útil de 15 años y su tasa de depreciación anual es de 8%, determine su valor de desecho.

79. **Ganancia de potencia de un amplificador** La ganancia de potencia, P, de un amplificador se define como

$$P = 10 \log\left(\frac{P_{sal}}{P_{ent}}\right)$$

donde P_{sal} es la potencia de salida y P_{ent} es la potencia de entrada, ambas en watts. Si un amplificador tiene una potencia de salida de 12.6 watts y una potencia de entrada de 0.146 watts, determine la ganancia de potencia.

80. Terremoto De acuerdo con la escala Richter, la magnitud, R, de un terremoto de intensidad I se define por $R = \log I$, donde I es el número de veces que es más intenso el terremoto respecto del nivel mínimo que se utiliza para comparar.

a) ¿Cuántas veces fue más intenso el terremoto de San Francisco, que midió 8.25 grados en la escala Richter, que el nivel mínimo de comparación?

b) ¿Cuántas veces es más intenso un terremoto que mide 8.3 grados en la escala Richter que uno que mide 4.7?

81. Magnitud del sonido La escala de decibeles se utiliza para medir la magnitud del sonido. La magnitud d, en decibeles, de un sonido se define como $d = 10 \log I$, donde I es el número de veces que es más intenso respecto de la magnitud del mínimo sonido audible.

a) El sonido del motor de un aeroplano tiene una intensidad de casi 120 decibeles. ¿Cuántas veces es más intenso ese sonido que el mínimo sonido audible?

b) El ruido en la calle de una ciudad con tráfico tiene una intensidad de 50 decibeles. ¿Cuántas veces es más intenso el sonido del motor del aeroplano que el sonido de la calle de la ciudad?

82. En el siguiente procedimiento empezamos con una afirmación verdadera y terminamos con una falsa. ¿Puede encontrar el error?

$2 < 3$	*Verdadero.*
$2 \log(0.1) < 3 \log(0.1)$	*Multiplicar ambos lados por log (0.1).*
$\log(0.1)^2 < \log(0.1)^3$	*Propiedad 3*
$(0.1)^2 < (0.1)^3$	*Propiedad 6d*
$0.01 < 0.001$	*Falso.*

83. Resuelva $8^x = 16^{x-2}$.

84. Resuelva $27^x = 81^{x-3}$.

85. Utilice ecuaciones de forma cuadrática para resolver la ecuación $2^{2x} - 6(2^x) + 8 = 0$.

86. Utilice ecuaciones de forma cuadrática para resolver la ecuación $2^{2x} - 18(2^x) + 32 = 0$.

Cambie la ecuación exponencial o logarítmica a la forma $ax + by = c$, y luego resuelva el sistema de ecuaciones.

87. $2^x = 8^y$
$x + y = 4$

88. $3^{2x} = 9^{y+1}$
$x - 2y = -3$

89. $\log(x + y) = 2$
$x - y = 8$

90. $\log(x + y) = 3$
$2x - y = 5$

Utilice su calculadora para determinar las soluciones al décimo más cercano. Si no existe solución real, indíquelo.

91. $\log(x + 3) + \log x = \log 16$

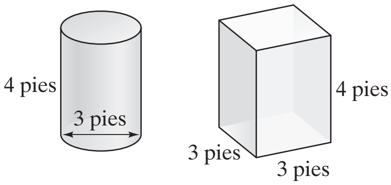
92. $\log(3x + 5) = 2.3x - 6.4$

93. $5.6 \log(5x - 12) = 2.3 \log(x - 5.4)$

94. $5.6 \log(x + 12.2) - 1.6 \log(x - 4) = 20.3 \log(2x - 6)$

Ejercicios de repaso acumulativo

[2.2] **95.** Considere las dos figuras siguientes. ¿Cuál tiene mayor volumen y por cuánto es mayor?



[3.6] **96.** Sea $f(x) = x^2 - x$ y $g(x) = x - 1$. Determine $(g - f)(3)$.

[4.6] **97.** Determine el conjunto solución del sistema de desigualdades.

$$3x - 4y \leq 6$$
$$y > -x + 4$$

[7.5] **98.** Simplifique $\dfrac{2\sqrt{xy} - \sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$.

[8.3] **99.** Despeje c en $E = mc^2$.

[8.5] **100.** Escriba la función para la parábola que tiene la forma de $f(x) = 2x^2$ y vértice en $(3, -5)$.