

## 5 Dividir expresiones radicales con índices diferentes

Ahora dividiremos expresiones radicales donde los radicales tienen índices diferentes. Para resolver este tipo de problemas, escriba cada radical en forma exponencial; luego, para simplificar la expresión, utilice las reglas de los exponentes como se explicó en la sección 7.2. El ejemplo 7 ilustra este procedimiento.

**EJEMPLO 7** ▶ Simplifique. a)  $\frac{\sqrt[5]{(m+n)^7}}{\sqrt[3]{(m+n)^4}}$       b)  $\frac{\sqrt[3]{a^5b^4}}{\sqrt{a^2b}}$

**Solución** Empiece escribiendo el numerador y el denominador con exponentes racionales.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt[5]{(m+n)^7}}{\sqrt[3]{(m+n)^4}} &= \frac{(m+n)^{7/5}}{(m+n)^{4/3}} && \text{Escribir con exponentes racionales.} \\ &= (m+n)^{(7/5)-(4/3)} && \text{Regla del cociente para exponentes.} \\ &= (m+n)^{1/15} \\ &= \sqrt[15]{m+n} && \text{Escribir como un radical.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt[3]{a^5b^4}}{\sqrt{a^2b}} &= \frac{(a^5b^4)^{1/3}}{(a^2b)^{1/2}} && \text{Escribir con exponentes racionales.} \\ &= \frac{a^{5/3}b^{4/3}}{ab^{1/2}} && \text{Elevar el producto a una potencia.} \\ &= a^{(5/3)-1}b^{(4/3)-(1/2)} && \text{Regla del cociente para exponentes.} \\ &= a^{2/3}b^{5/6} \\ &= a^{4/6}b^{5/6} && \text{Escribir las fracciones con denominador 6.} \\ &= (a^4b^5)^{1/6} && \text{Reescribir mediante las leyes de exponentes.} \\ &= \sqrt[6]{a^4b^5} && \text{Escribir como un radical.} \end{aligned}$$

▶ Ahora resuelva el ejercicio 133

## CONJUNTO DE EJERCICIOS 7.5



### Ejercicios de concepto/redacción

1. a) ¿Qué es el conjugado de un binomio?  
b) ¿Cuál es el conjugado de  $x - \sqrt{3}$ ?
2. ¿Qué significa racionalizar un denominador?
3. a) Explique cómo racionalizar un denominador que contiene una expresión radical de un término.  
b) Racionalice  $\frac{4}{\sqrt{3}y}$  mediante el procedimiento que especificó en la parte a).
4. a) Explique cómo racionalizar un denominador que contiene un binomio en el que uno de los términos (o ambos) es una expresión radical.
- b) Racionalice  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$  mediante el procedimiento que especificó en la parte a).
5. ¿Cuáles son las tres condiciones que debe cumplir una expresión radical para considerarla simplificada?
6. Explique por qué cada una de las expresiones siguientes no está simplificada.  
a)  $\sqrt{x^5}$       b)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$       c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Simplifique. Suponga que todas las variables representan números reales positivos.

7.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

8.  $\frac{1}{\sqrt{6}}$

9.  $\frac{4}{\sqrt{5}}$

10.  $\frac{3}{\sqrt{7}}$

11.  $\frac{6}{\sqrt{6}}$

12.  $\frac{17}{\sqrt{17}}$

13.  $\frac{1}{\sqrt{z}}$

14.  $\frac{y}{\sqrt{y}}$

15.  $\frac{p}{\sqrt{2}}$

19.  $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

23.  $\sqrt{\frac{5m}{8}}$

27.  $\sqrt{\frac{18x^4y^3}{2z^3}}$

31.  $\sqrt{\frac{48x^6y^5}{3z^3}}$

16.  $\frac{m}{\sqrt{13}}$

20.  $\frac{15x}{\sqrt{x}}$

24.  $\frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{y^3}}$

28.  $\sqrt{\frac{7pq^4}{2r}}$

32.  $\sqrt{\frac{45y^{12}z^{10}}{2x}}$

17.  $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{7}}$

21.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

25.  $\frac{2n}{\sqrt{18n}}$

29.  $\sqrt{\frac{20y^4z^3}{3xy^{-4}}}$

18.  $\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{q}}$

22.  $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{a}}$

26.  $\sqrt{\frac{120x}{4y^3}}$

30.  $\sqrt{\frac{5xy^6}{3z}}$

*Simplifique.*

33.  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

37.  $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

41.  $\frac{5}{\sqrt[4]{z^2}}$

45.  $\frac{2}{\sqrt[7]{a^4}}$

49.  $\frac{5m}{\sqrt[4]{2}}$

53.  $\sqrt[3]{\frac{3x^2}{2y^2}}$

34.  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

38.  $\frac{z}{\sqrt[4]{4}}$

42.  $\frac{13}{\sqrt[4]{z^3}}$

46.  $\sqrt[3]{\frac{4x}{y}}$

50.  $\frac{3}{\sqrt[4]{a}}$

54.  $\sqrt[3]{\frac{15x^6y^7}{2z^2}}$

35.  $\frac{8}{\sqrt[3]{y}}$

39.  $\frac{a}{\sqrt[4]{8}}$

43.  $\frac{10}{\sqrt[5]{y^3}}$

47.  $\sqrt[3]{\frac{1}{2x}}$

51.  $\sqrt[4]{\frac{5}{3x^3}}$

55.  $\sqrt[3]{\frac{14xy^2}{2z^2}}$

36.  $\frac{2}{\sqrt[3]{a^2}}$

40.  $\frac{8}{\sqrt[4]{z}}$

44.  $\frac{x}{\sqrt[5]{y^4}}$

48.  $\sqrt[3]{\frac{7c}{9y^2}}$

52.  $\sqrt[4]{\frac{2x^3}{4y^2}}$

56.  $\sqrt[6]{\frac{r^4s^9}{2r^5}}$

*Multiplique.*

57.  $(5 - \sqrt{6})(5 + \sqrt{6})$

61.  $(2 - \sqrt{10})(2 + \sqrt{10})$

65.  $(2\sqrt{x} - 3\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})$

58.  $(7 + \sqrt{3})(7 - \sqrt{3})$

62.  $(3 + \sqrt{17})(3 - \sqrt{17})$

59.  $(8 + \sqrt{2})(8 - \sqrt{2})$

63.  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

66.  $(5\sqrt{c} - 4\sqrt{d})(5\sqrt{c} + 4\sqrt{d})$

60.  $(6 - \sqrt{7})(6 + \sqrt{7})$

64.  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

*Simplifique mediante la racionalización del denominador.*

67.  $\frac{2}{\sqrt{3} + 1}$

71.  $\frac{5}{\sqrt{2} - 7}$

75.  $\frac{3}{6 + \sqrt{x}}$

79.  $\frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}$

83.  $\frac{4}{\sqrt{x} + 2 - 3}$

68.  $\frac{4}{\sqrt{2} + 1}$

72.  $\frac{6}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

76.  $\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{a} - 3}$

80.  $\frac{\sqrt{c} - \sqrt{2d}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}}$

84.  $\frac{8}{\sqrt{y} - 3 + 6}$

69.  $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

73.  $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - \sqrt{6}}$

77.  $\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x} - y}$

81.  $\frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{a^7}}{\sqrt{a}}$

70.  $\frac{3}{5 - \sqrt{7}}$

74.  $\frac{1}{\sqrt{17} - \sqrt{8}}$

78.  $\frac{\sqrt{8x}}{x + \sqrt{y}}$

82.  $\frac{2\sqrt{xy} - \sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

*Simplifique. Estos ejercicios son una combinación de los que ya se presentaron antes en esta sección.*

85.  $\sqrt{\frac{x}{16}}$

89.  $(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})$

93.  $\sqrt{\frac{28xy^4}{2x^3y^4}}$

97.  $-\frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{98}}$

86.  $\sqrt[4]{\frac{x^4}{16}}$

90.  $\sqrt[3]{\frac{1}{16}}$

94.  $\frac{8x}{\sqrt[3]{5y}}$

98.  $\sqrt{\frac{2xy^4}{50xy^2}}$

87.  $\sqrt{\frac{2}{9}}$

91.  $\sqrt{\frac{24x^3y^6}{5z}}$

95.  $\frac{1}{\sqrt{a} + 7}$

99.  $\sqrt[4]{\frac{3y^2}{2x}}$

88.  $\sqrt{\frac{a}{b}}$

92.  $\frac{5}{4 - \sqrt{y}}$

96.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6\sqrt{y}}$

100.  $\sqrt{\frac{49x^2y^5}{3z}}$

101.  $\sqrt[3]{\frac{32y^{12}z^{10}}{2x}}$

102.  $\frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

103.  $\frac{\sqrt{ar}}{\sqrt{a} - 2\sqrt{r}}$

104.  $\sqrt[4]{\frac{2}{9x}}$

105.  $\frac{\sqrt[3]{6x}}{\sqrt[3]{5xy}}$

106.  $\frac{\sqrt[3]{16m^2n}}{\sqrt[3]{2mn^2}}$

107.  $\sqrt[4]{\frac{2x^7y^{12}z^4}{3x^9}}$

108.  $\frac{9}{\sqrt{y+9} - \sqrt{y}}$

Simplifique.

109.  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

110.  $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{3}$

112.  $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{2}{\sqrt{6}}$

113.  $4\sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{24}$

115.  $5\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{8}} + \sqrt{50}$

116.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{75}$

118.  $\frac{1}{2}\sqrt{18} - \frac{3}{\sqrt{2}} - 9\sqrt{50}$

119.  $\frac{2}{\sqrt{50}} - 3\sqrt{50} - \frac{1}{\sqrt{8}}$

121.  $\sqrt{\frac{3}{8}} + \sqrt{\frac{3}{2}}$

122.  $2\sqrt{\frac{8}{3}} - 4\sqrt{\frac{100}{6}}$

124.  $-5x\sqrt{\frac{y}{y^2}} + 9x\sqrt{\frac{1}{y}}$

125.  $\frac{3}{\sqrt{a}} - \sqrt{\frac{9}{a}} + 2\sqrt{a}$

111.  $\sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{5}}$

114.  $5\sqrt{3} - \frac{3}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{18}$

117.  $\sqrt{\frac{1}{2}} + 7\sqrt{2} + \sqrt{18}$

120.  $\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{5}{\sqrt{3}} + \sqrt{12}$

123.  $-2\sqrt{\frac{x}{y}} + 3\sqrt{\frac{y}{x}}$

126.  $6\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{\frac{1}{x}}$

Simplifique.

127.  $\frac{\sqrt{(a+b)^4}}{\sqrt[3]{a+b}}$

128.  $\frac{\sqrt[3]{c+2}}{\sqrt[4]{(c+2)^3}}$

129.  $\frac{\sqrt[5]{(a+2b)^4}}{\sqrt[3]{(a+2b)^2}}$

130.  $\frac{\sqrt[6]{(r+3)^5}}{\sqrt[3]{(r+3)^5}}$

131.  $\frac{\sqrt[3]{r^2s^4}}{\sqrt{rs}}$

132.  $\frac{\sqrt{a^2b^4}}{\sqrt[3]{ab^2}}$

133.  $\frac{\sqrt[3]{x^4y^6}}{\sqrt[3]{(xy)^2}}$

134.  $\frac{\sqrt[6]{4m^8n^4}}{\sqrt[4]{m^4n^2}}$

### Resolución de problemas

135. **Iluminación** En determinadas condiciones, la fórmula

$$d = \sqrt{\frac{72}{I}}$$

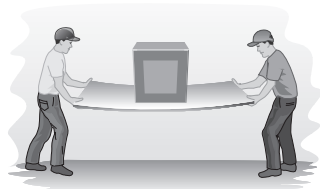
se usa para mostrar la relación entre la iluminación sobre un objeto  $I$ , en lúmenes por metro, y la distancia en metros,  $d$ , que hay entre el objeto y la fuente de luz. Si la iluminación sobre una persona que está cerca de una fuente de luz es de 5.3 lúmenes por metro, ¿a qué distancia de la fuente de luz se encuentra la persona?

136. **Resistencia de una tabla** Cuando se aplica suficiente presión sobre una tabla, ésta se rompe. Cuanto mayor sea el grosor de la tabla, mayor será la presión que se necesita para que se rompa. La fórmula

$$T = \sqrt{\frac{0.05 LB}{M}}$$

relaciona el grosor de una tabla,  $T$ , en pulgadas, su longitud,  $L$ , en pulgadas, la presión que se ejerce sobre ella,  $B$ , en libras y el módulo de ruptura,  $M$ , en libras por pulgadas cuadradas. El módulo de ruptura es una constante que se determina de acuerdo con el tipo específico de tabla.

Determine el grosor de una tabla de 36 pulgadas de largo, si el módulo de ruptura es 2560 libras por pulgada cuadrada y la tabla se rompe cuando se le aplica una presión de 800 libras.



137. **Volumen de una pecera** Un restaurante quiere colocar una pecera esférica en su vestíbulo. El radio,  $r$ , en pulgadas, de un tanque esférico se determina mediante la fórmula

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

donde  $V$  es el volumen del tanque en pulgadas cúbicas. Determine el radio de un tanque esférico cuyo volumen es de 7238.23 pulgadas cúbicas.



138. **Números consecutivos** Si consideramos el conjunto de números naturales consecutivos  $1, 2, 3, 4, \dots, n$  como la población, la desviación estándar,  $\sigma$ , que es una medida de dispersión de los datos respecto a la media, puede calcularse mediante la fórmula

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$$

donde  $n$  representa la cantidad de números naturales en la muestra. Determine la desviación estándar para los primeros 100 números naturales consecutivos.