

En el ejemplo 12,  $(x^2 + 2)(x - 5)$  también es una respuesta aceptable. ¿Cambiaría la respuesta del ejemplo 12 si intercambiamos el orden de  $2x$  y  $-5x^2$ ? Inténtelo en el ejemplo 13.

**EJEMPLO 13** ▶ Factorice  $x^3 + 2x - 5x^2 - 10$ .

**Solución** No hay factor común para los cuatro términos. Factorice  $x$  de los primeros dos términos y  $-5$  de los últimos dos.

$$\begin{aligned}x^3 + 2x - 5x^2 - 10 &= x(x^2 + 2) - 5(x^2 + 2) \\&= (x^2 + 2)(x - 5)\end{aligned}$$

Observe que obtuvimos resultados equivalentes en los ejemplos 12 y 13.

▶ **Ahora resuelva el ejercicio 51**

### Sugerencia útil

Cuando utilizamos la agrupación para factorizar cuatro términos, si los términos *primero* y *tercero* son positivos debemos factorizar una expresión positiva tanto de los primeros dos términos como de los segundos dos términos para obtener un factor común para los dos términos restantes (vea el ejemplo 12). Si el *primer* término es positivo y el *tercero* es negativo, debemos factorizar una expresión positiva de los primeros dos términos y una expresión negativa de los últimos dos términos para obtener un factor común para los dos términos restantes (vea el ejemplo 13).

El primer paso para resolver cualquier problema de factorización consiste en determinar si todos los términos tienen un factor común. Si es así, empiece por factorizar el factor común. Por ejemplo, para factorizar  $x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 10x$ , primero factorizamos  $x$  de cada término. Luego factorizamos los cuatro términos restantes por agrupación, como se hizo en el ejemplo 12.

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 10x &= x(x^3 - 5x^2 + 2x - 10) \\&= x(x - 5)(x^2 + 2)\end{aligned}$$

Factorizar el MFC,  $x$ , de los cuatro términos.  
Factores del ejemplo 12.

## CONJUNTO DE EJERCICIOS 5.4



### Ejercicios de concepto/redacción

- ¿Cuál es el primer paso en *cualquier* problema de factorización?
- ¿Qué es el máximo factor común de los términos de una expresión?
- Explique cómo determinar el máximo factor común de los términos de un polinomio.
  - Utilizando su procedimiento de la parte **a)**, determine el máximo factor común del polinomio  $6x^2y^5 - 2x^3y + 12x^9y^3$ .
  - Factorice el polinomio de la parte **b)**.
- Determine el MFC de los siguientes términos:  
 $x^4y^6, x^3y^5, xy^6, x^2y^4$   
Explique cómo determinó su respuesta.
- Determine el MFC de los siguientes términos:  
 $12(x - 4)^3, 6(x - 4)^6, 3(x - 4)^9$   
Explique cómo determinó su respuesta.
- Si uno de los términos de un polinomio es también el MFC, ¿qué se escribe en lugar de ese término cuando se factoriza el MFC? Explique.
- Explique cómo factorizar por agrupación un polinomio de cuatro términos.
  - Factorice  $6x^3 - 2xy^3 + 3x^2y^2 - y^5$  mediante el procedimiento que indicó en la parte **a)**.
- ¿Cuál es el primer paso para factorizar  $-x^2 + 8x - 15$ ? Explique su respuesta.

### Práctica de habilidades

Factorice el máximo factor común.

- |                                        |                                      |                                         |
|----------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------|
| 9. $7n + 14$                           | 10. $15p + 25$                       | 11. $2x^2 - 4x + 10$                    |
| 12. $6x^2 - 12x + 27$                  | 13. $12y^2 - 16y + 28$               | 14. $12x^3 - 8x^2 - 6x$                 |
| 15. $9x^4 - 3x^3 + 11x^2$              | 16. $45y^{12} + 60y^{10}$            | 17. $-24a^7 + 9a^6 - 3a^2$              |
| 18. $-16c^5 - 12c^4 + 6c^3$            | 19. $3x^2y + 6x^2y^2 + 3xy$          | 20. $24a^2b^2 + 16ab^4 + 72ab^3$        |
| 21. $80a^5b^4c - 16a^4b^2c^2 + 24a^2c$ | 22. $36xy^2z^3 + 36x^3y^2z + 9x^2yz$ | 23. $9p^4q^5r - 3p^2q^2r^2 + 12pq^5r^3$ |
| 24. $24m^6 + 8m^4 - 4m^3n$             | 25. $-22p^2q^2 - 16pq^3 + 26r$       | 26. $-15y^3z^5 - 28y^3z^6 + 9xy^2z^2$   |

Factorice un factor con un coeficiente negativo.

27.  $-8x + 4$

30.  $-y^5 - 6y^2 - 4$

33.  $-6r^4s^3 + 4r^2s^4 + 2rs^5$

36.  $-20x^5y^3z - 4x^4yz^2 - 8x^2y^5$

28.  $-20a - 30$

31.  $-3r^2 - 6r + 9$

34.  $-5p^6q^3 - 10p^4q^4 + 25pq^7$

29.  $-x^2 - 4x + 22$

32.  $-12t^2 + 48t - 60$

35.  $-a^4b^2c + 5a^3bc^2 + a^2b$

Factor.

37.  $x(a + 3) + 1(a + 3)$

39.  $7x(x - 4) + 2(x - 4)^2$

41.  $(x - 2)(3x + 5) - (x - 2)(5x - 4)$

43.  $(2a + 4)(a - 3) - (2a + 4)(2a - 1)$

45.  $x^2 + 4x - 5x - 20$

48.  $18m^2 + 30m + 9m + 15$

51.  $x^3 - 3x^2 + 4x - 12$

54.  $12x^2 + 9xy - 4xy - 3y^2$

57.  $c^5 - c^4 + c^3 - c^2$

46.  $a^2 + 3a - 6a - 18$

49.  $am + an + bm + bn$

52.  $2z^3 + 4z^2 - 5z - 10$

55.  $5a^3 + 15a^2 - 10a - 30$

58.  $b^4 - b^3 - b + b^2$

38.  $y(b - 2) - 5(b - 2)$

40.  $4y(y + 1) - 7(y + 1)^2$

42.  $(z + 4)(z + 3) + (z - 1)(z + 3)$

44.  $(6b - 1)(b + 4) + (6b - 1)(2b + 5)$

47.  $8y^2 - 4y - 20y + 10$

50.  $cx - cy - dx + dy$

53.  $10m^2 - 12mn - 25mn + 30n^2$

56.  $2r^4 - 2r^3 - 7r^2 + 7r$

## Resolución de problemas

**Área** En los ejercicios 59 a 62,  $A$  representa una expresión para el área de la figura. Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular la diferencia entre las áreas de las figuras geométricas. Vea el ejemplo 10.

59.  $A = 6x(2x + 1)$   $A = 5(2x + 1)$

60.  $A = 7x(3x + 4)$   $A = 2(3x + 4)$

61.  $A = 3x^2 + 12x$   $A = 2x + 8$

62.  $A = 6x^2 + 2x$   $A = 3x + 1$

**Volumen** En los ejercicios 63 y 64,  $V$  representa una expresión para el volumen de la figura. Determine una expresión, en forma factorizada, para calcular la diferencia entre los volúmenes de los sólidos geométricos.

63.  $V = 9x(3x + 2)$   $V = 5(3x + 2)$

64.  $V = 18x^2 + 24x$   $V = 3x + 4$

65. **Bengala** Cuando se dispara hacia arriba una bengala con una velocidad de 80 pies por segundo, su altura,  $h$ , en pies, respecto del piso a los  $t$  segundos, puede determinarse mediante la función  $h(t) = -16t^2 + 80t$ .

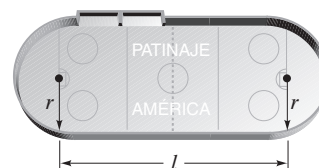
- Determine la altura de la bengala tres segundos después de ser disparada.
- Expresa la función con el lado derecho en forma factorizada.
- Evalúe  $h(3)$  usando la forma factorizada de la parte b).

66. **Tiro en movimiento** Cuando un basquetbolista lanza un tiro mientras salta, la altura,  $h$ , en pies, del balón por encima del piso en cualquier instante  $t$ , bajo ciertas circunstancias, puede determinarse mediante la función  $h(t) = -16t^2 + 20t + 8$ .

- Determine la altura del balón en el segundo 1.
- Expresa la función con el lado derecho en forma factorizada.
- Evalúe  $h(1)$  utilizando la forma factorizada en la parte b).



67. **Pista de patinaje** El área de la pista de patinaje con extremos semicirculares que se muestra es  $A = \pi r^2 + 2rl$ .



- Determine  $A$  cuando  $r = 20$  pies y  $l = 40$  pies.
- Escriba el área,  $A$ , en forma factorizada.

- c) Determine  $A$  cuando  $r = 20$  pies y  $l = 40$  pies; utilice la forma factorizada que indicó en la parte b).

**68. Área** La fórmula para determinar el área de un trapecio puede escribirse como  $A = \frac{1}{2}hb_1 + \frac{1}{2}hb_2$ . Exprese esta fórmula en forma factorizada.

**69. Compra de una computadora** Fred Yang acaba de comprar una computadora en \$975 mediante un préstamo sin interés. Fred debe pagar \$75 cada mes hasta que se liquide la computadora. El monto adeudado de la computadora es una función del tiempo, donde.

$$A(t) = 975 - 75t$$

y  $t$  es el número de meses desde que Fred compró la computadora.

- a) Determine el monto adeudado 6 meses después de que Fred compró la computadora.  
 b) Escriba la función en forma factorizada.  
 c) Utilice el resultado de la parte b) para determinar el monto que se adeuda 6 meses después de que Fred compró la computadora.
- 70. Salario** El 2 de enero de 2006, Jill Ferguson inició un nuevo empleo con un salario anual de \$33,000. Su salario se incrementará \$1500 cada año. Así, su salario es una función del número de años que ella trabaja, donde

$$S(n) = 33,000 + 1500n$$

y  $n$  es los años desde 2006.

- a) Determine el salario de Jill en 2010.  
 b) Escriba la función en forma factorizada.  
 c) Utilice el resultado de la parte b) para determinar el salario de Jill en 2010.
- 71. Precio de automóviles** Cuando salieron a la venta los automóviles modelo 2006, su precio de lista era superior en 6% respecto del de los modelos 2005. Más tarde, el precio de todos los automóviles 2006 se redujo en 6%. El precio de venta puede representarse mediante  $(x + 0.06x) - 0.06(x + 0.06x)$ , donde  $x$  es el precio de lista del modelo 2005.
- a) Factorice  $(x + 0.06x)$  de cada término.  
 b) ¿El precio es mayor o menor que el precio del modelo 2005?

Factorice.

**75.**  $5a(3x + 2)^5 + 4(3x + 2)^4$

**77.**  $4x^2(x - 3)^3 - 6x(x - 3)^2 + 4(x - 3)$

**79.**  $ax^2 + 2ax - 3a + bx^2 + 2bx - 3b$

Factorice. Suponga que todas las variables de los exponentes representan números naturales.

**81.**  $x^{6m} - 2x^{4m}$

**83.**  $3x^{4m} - 2x^{3m} + x^{2m}$

**85.**  $a^r b^r + c^r b^r - a^r d^r - c^r d^r$

Lea el ejercicio 71 antes de resolver los ejercicios 72 a 74.

**72. Precio de un vestido** El precio de un vestido se reduce en 10%, y luego se le aplica un nuevo descuento de 10%.

- a) Escriba una expresión para calcular el precio final del vestido.  
 b) Compare el precio final con el precio normal del vestido; ¿cómo son? Utilice factorización para obtener su respuesta.

**73. Precio de una segadora** El precio de una segadora aumentó 15%. Más tarde, en una venta especial, su precio se redujo en 20%.

- a) Escriba una expresión para calcular el precio final de la segadora.  
 b) Compare el precio final con el precio normal; ¿cómo son? Utilice factorización para obtener su respuesta.



**74. Determinación de precio** ¿En cuál de las siguientes partes, a) o b), el precio final será menor y por cuánto?

- a) Disminuya el precio de un artículo en 6% y luego aumentelo en 8%.  
 b) Aumente el precio de un artículo en 6% y luego disminúyalo en 8%.

**76.**  $4p(2r - 3)^7 - 3(2r - 3)^6$

**78.**  $12(p + 2q)^4 - 40(p + 2q)^3 + 12(p + 2q)^2$

**80.**  $6a^2 - a^2c + 18a - 3ac + 6ab - abc$

**82.**  $x^{2mn} + x^{6mn}$

**84.**  $r^{y+4} + r^{y+3} + r^{y+2}$

**86.**  $6a^k b^k - 2a^k c^k - 9b^k + 3c^k$

**88. a)** Determine si la siguiente factorización es correcta.

$$3(x - 2)^2 - 6(x - 2) = 3(x - 2)[(x - 2) - 2] \\ = 3(x - 2)(x - 4)$$

- b) Si la factorización anterior es correcta, ¿cuál debe ser el valor de  $3(x - 2)^2 - 6(x - 2) - [3(x - 2)(x - 4)]$  para cualquier valor de  $x$ ? Explique.  
 c) Seleccione un valor para  $x$  y evalúe la expresión de la parte b). ¿Obtuvo lo que esperaba? Si no, explique por qué.

**87. a)**  $6x^3 - 3x^2 + 9x = 3x(2x^2 - x + 3)?$

- b) Si la factorización anterior es correcta, ¿cuál debe ser el valor de  $6x^3 - 3x^2 + 9x - [3x(2x^2 - x + 3)]$  para cualquier valor de  $x$ ? Explique.  
 c) Seleccione un valor para  $x$  y evalúe la expresión de la parte b). ¿Obtuvo lo que esperaba? Si no, explique por qué.