

Examen 1

Cálculo 2

Muestra todo tu trabajo (y no solo la respuesta).

1. El radio y la altura de un cilindro circular están cambiando en el tiempo, de tal suerte que su volumen siempre es constante e igual a 1 litro ($= 1000\text{cm}^3$). Si en un cierto momento el radio vale 4cm y su razón de cambio es $\frac{1}{2}\text{cm/s}$, ¿cuál es la razón de cambio de la altura en ese instante?
2. Haz un dibujo y calcula el área de la región acotada por la parábola $y = 3 - x^2$ y la recta $y = 2x$.
3. Calcula la derivada de $f(x)$ en cada uno de los siguientes casos (¡Explica!):

a) Si $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$.

b) Si $f(x) = x^x$.

4. Calcula las siguientes integrales (¡no te brinques pasos!):

a) $\int \frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^2} dx$.

b) $\int \frac{\ln x}{x} dx$.

c) $\int_0^1 x e^x dx$.

d) $\int_1^2 \ln x dx$.

e) $\int 2 \cos^2 2x \sin 2x dx$

f) $\int \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$

g) $\int_0^1 t \sqrt{t+1} dt$

h) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot x dx$

EXTRA: Si

$$\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 2$$

y $f(\pi) = 1$, calcula $f(0)$.