

**Examen parcial num. 2**

**27 abril, 2017**

1. Encuentra la distancia entre los objetos siguientes:
  - a) El punto  $(3, 4)$  y la recta  $5x + 6y = 7$ .
  - b) Las rectas  $5x + 6y = 7$  y  $5x + 6y = 8$ .
  - c) El punto  $(3, 4)$  y el círculo  $5x^2 + 5y^2 = 6$ .  
(O sea, la distancia al punto más cercano de este círculo).
  - d) El círculo  $x^2 + y^2 + 10x + 20y = 100$  y el círculo  $2x^2 + 2y^2 + 2x = 1$ .  
(O sea, la mínima distancia entre dos puntos, uno en el primer círculo y otro en el segundo círculo.)
2. Encuentra una ecuación para
  - a) La recta con pendiente  $2/3$  que pasa por  $(4, 5)$ .
  - b) La recta tangente al círculo  $x^2 + y^2 = 13$  en el punto  $(2, 3)$ .
  - c) El círculo de radio 3 con centro en  $(4, 5)$ .
  - d) El círculo que pasa por  $(2, 0)$ ,  $(1, 0)$  con centro sobre la recta  $x + y = 1$ .
  - e) El lugar geométrico de los puntos  $P = (x, y)$  con  $x > 0$  que son el vértice de un ángulo de  $60^\circ$  cuyos lados pasan por  $(0, 10)$ ,  $(0, -10)$ .
  - f) Las dos bisectrices de los ngulos entre las rectas  $x + 2y + 3 = 0$ ,  $4x + 5y + 6 = 0$ .
3. (Opcional) Encuentra todas las soluciones  $(a, b, c)$  con números enteros positivos menores que 50 de la ecuación  $2a^2 + 3b^2 = 14c^2$ .

Sugerencia: el problema es equivalente a encontrar las soluciones racionales de  $2x^2 + 3y^2 = 14$ . Un punto obvio es  $P_0 = (1, 3)$ . Define una proyección estereográfica de los puntos de  $2x^2 + 3y^2 = 14$  desde  $P_0$  hacia el eje de  $x$ . Usa la inversa de esta proyección para parametrizar los puntos racionales de  $2x^2 + 3y^2 = 14$  mediante puntos racionales  $(t, 0)$  del eje de  $x$ , donde  $t = a/b$ .