7. Demostrar que los triángulos dados por las coordenadas de sus vértices son rectángulos. Hallar sus áreas.

*a*) (0, 9), (—4, —1), (3, 2); *c*) (3, —2), (—2, 3), (0, 4);
*b*) (10, 5), (3, 2), (6, —5); *d*) (—2, 8), (—6, 1), (0, 4).
*Sol.* Areas: *a*) 29, *b*) 29, *c*) 7,5, *d*) 15 unidades de superficie.

8. Demostrar que los puntos siguientes son los vértices de un paralelogramo:

*a*) (—1, —2), (0, 1), (—3, 2), (—4, —1); *b*) (—1, —5), (2, 1), (1, 5), (—2, —1); *c*) (2, 4), (6, 2), (8, 6), (4, 8).

9. Hallar las coordenadas del punto que equidista de los puntos fijos:

*a*) (3, 3), (6, 2), (8, —2); *b*) (4, 3), (2, 7), (—3, —8); *c*) (2, 3), (4, —1), (5, 2).
*Sol.* *a*) (3, —2), *b*) (—5, 1), *c*) (3, 1).

10. Demostrar, mediante la fórmula de la distancia, que los puntos siguientes son colineales:

*a*) (0, 4), (3, —2), (—2, 8); *c*) (1, 2), (—3, 10), (4, —4);
*b*) (—2, 3), (—6, 1), (—10, —1); *d*) (1, 3), (—2, —3), (3, 7).

11. Demostrar que la suma de los cuadrados de las distancias de un punto cualquiera $P(x, y)$ a dos vértices opuestos de un rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de las distancias a los otros dos vértices. Supóngase que las coordenadas de los vértices son (0, 0), (0, $b$), ($a$, $b$) y ($a$, 0).

12. Hallar el punto de abscisa 3 que diste 10 unidades del punto (—3, 6).
*Sol.* (3, —2), (3, 14).

13. Hallar las coordenadas de un punto $P(x, y)$ que divida al segmento que determinan $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ en la relación $r = \frac{P_1P}{PP_2}$.

*a*) $P_1(4, -3)$, $P_2(1, 4)$, $r = \frac{2}{1}$. *d*) $P_1(0, 3)$, $P_2(7, 4)$, $r = -\frac{2}{7}$.

*b*) $P_1(5, 3)$, $P_2(-3, -3)$, $r = \frac{1}{3}$. *e*) $P_1(-5, 2)$, $P_2(1, 4)$, $r = -\frac{5}{3}$.

*c*) $P_1(-2, 3)$, $P_2(3, -2)$, $r = \frac{2}{5}$. *f*) $P_1(2, -5)$, $P_2(6, 3)$, $r = \frac{3}{4}$.

*Sol.* *a*) $\left(2, \frac{5}{3}\right)$, *b*) $\left(3, \frac{3}{2}\right)$, *c*) $\left(-\frac{4}{7}, \frac{11}{7}\right)$, *d*) $\left(-\frac{14}{5}, \frac{13}{5}\right)$, *e*) (10, 7), *f*) $\left(\frac{26}{7}, -\frac{11}{7}\right)$.

14. Hallar las coordenadas del baricentro de los triángulos cuyos vértices son:

*a*) (5, 7), (1, —3), (—5, 1); *c*) (3, 6), (—5, 2), (7, —6); *e*) (—3, 1), (2, 4), (6, —2).
*b*) (2, —1), (6, 7), (—4, —3); *d*) (7, 4), (3, —6), (—5, 2);

*Sol.* *a*) $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$, *b*) $\left(\frac{4}{3}, 1\right)$, *c*) $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$, *d*) $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$, *e*) $\left(\frac{5}{3}, 1\right)$.

15 Sabiendo que el punto (9, 2) divide al segmento que determinan los puntos $P_1(6, 8)$ y $P_2(x_2, y_2)$ en la relación $r = 3/7$, hallar las coordenadas de $P_2$.
*Sol.* (16, —12).

16. Hallar las coordenadas de los vértices de un triángulo sabiendo que las coordenadas de los puntos medios de sus lados son (—2, 1), (5, 2) y (2, —3).
*Sol.* (1, 6), (9, —2), (—5, —4).

17. Hallar las coordenadas de los vértices de un triángulo cuyas coordenadas de los puntos medios de sus lados son (3, 2), (—1, —2) y (5, —4).
*Sol.* (—3, 4), (9, 0), (1, —8).