

TAREA 8 PARA EL TERCER CURSO DEL BACHILLERATO EN EL CIMAT  
FECHA DE ENTREGA: **miércoles** 23 DE OCTUBRE DE 2013

**1.a** ¿Qué múltiplo de  $\pi$  es  $1140^\circ$ ?

**1.b** Calcular  $\cos(1140^\circ)$ , sin calculadora.

**1.c** Determinar, sin calculadora, si  $\sin(100,000^\circ)$  es positivo o negativo.

**2.** Suponer que  $\alpha$  es un ángulo que satisface  $0 \leq \alpha < 2\pi$ . Determinar, sin calculadora, todas las soluciones de las siguientes ecuaciones y explicar sus resultados:

$$\begin{array}{lll} \sin \alpha = 0, & \cos \alpha = 0, & \cos \alpha = 1 \\ \sin \alpha = -1, & \cos \alpha = 1/2, & \cos^2 \alpha = 3/4 \\ \sin \alpha = -1/2, & \sin^2 \alpha = 1/2, & \cos \alpha = -1/2 \end{array}$$

**3.** En el ejercicio anterior, ¿qué diferencia habría, si  $-4\pi \leq \alpha \leq 4\pi$ ?

**4.** Si  $\sin \alpha = -3/15$ , ¿en qué cuadrante termina  $\alpha$  y cuáles son los posibles valores para  $\cos \alpha$ ?

**5.** Usando el hecho de que  $\cos(-x) = \cos(x)$  y que  $\sin(-x) = -\sin(x)$ , para todo número real  $x$ , determinar si las siguientes funciones satisfacen  $f(-x) = f(x)$ , o  $f(-x) = -f(x)$  para los valores de  $x$  en los que las funciones tengan sentido:

$$\begin{array}{lll} f(x) = \tan(x), & f(x) = \sec(x), & f(x) = 2 \sin(x) \cos(x), \\ f(x) = \sin^2 x, & f(x) = \cos^2 x, & f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x. \end{array}$$

**6.a** ¿Qué ángulo es más grande y por qué: un ángulo de un radián o un ángulo de  $60^\circ$ ?

**6.b** Si  $\alpha$  es un ángulo entre 0 y  $\pi/2$ , ¿Qué número es más grande:  $\sin \alpha$ , o  $\cos(\pi/2 - \alpha)$ ?

**6.c** En un círculo de radio 3, determinar la longitud del arco central definido por un ángulo de: ¿1.5 radianes? ¿2 radianes?, ¿3 radianes?, ¿ $\pi$  radianes?

**7.** Una rueda de bici de radio 2 unidades, rueda a lo largo de una línea recta. Si cubre una distancia total de 25 unidades, ¿qué ángulo total giró en radianes?

**8.** Usar las fórmulas de adición de senos y cosenos para determinar  $\cos 2\alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos 3\alpha$  y  $\sin 3\alpha$  en términos de  $\cos \alpha$  y  $\sin \alpha$ .

**9.a** Usando las fórmulas del ejercicio anterior para  $\cos 2\alpha$  y  $\sin 2\alpha$ , determinar fórmulas para calcular  $\cos(\beta/2)$  y  $\sin(\beta/2)$  en términos de  $\cos \beta$  y  $\sin \beta$ .

**9.b** Usar el resultado anterior para determinar, sin calculadora,  $\cos(15^\circ)$  y  $\sin(15^\circ)$ .

**9.c** Usar el resultado anterior y las fórmulas de adición para determinar, sin calculadora, los valores de  $\cos(75^\circ)$  y  $\sin(75^\circ)$ .

**10.** Usando las fórmulas para transformar productos de senos y cosenos en sumas de senos y cosenos (en todas sus modalidades; *ie*, seno por seno, seno por coseno, coseno por coseno), así como las fórmulas de adición de senos y cosenos, demostrar que

$$\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\pi/3) + \sin(\alpha + 4\pi/3) = 0,$$

y que

$$\sin \alpha + 2\sin 3\alpha + \sin 5\alpha = 4\cos^2 \alpha \sin 3\alpha.$$