

EXAMENES GENERALES DE MAESTRIA

ANALISIS

1. Evalúe la integral

$$\iint \frac{1}{1 + \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}} dx dy$$

en la región $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1$

2. Pruebe o dé un contraejemplo de

- a) Si $n^2 a_n \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$, entonces $\sum a_n$ converge.
- b) Si $n a_n \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$, entonces $\sum a_n$ converge.
- c) Si $\sum a_n$ converge, entonces $\sum a_n^2$ converge.
- d) Si $\sum a_n$ converge absolutamente, entonces $\sum a_n^2$ converge.
- e) Si $\sum a_n$ converge absolutamente, entonces $|a_n| < \frac{1}{n}$

3. Pruebe que el teorema de la función implícita implica el teorema de la función inversa y viceversa.

4. Sean $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ funciones de clase C^2 y sea $h = f \circ g$. Calcule una fórmula para el Hessiano de h expresado en términos de las primeras y segundas derivadas de f y g .

5. Use el método de multiplicadores de Lagrange para resolver el siguiente problema: un tubo cilíndrico debe contener un volumen fijo V , pero su superficie (incluyendo la tapa y el fondo) debe ser lo más pequeña posible. Encontrar las dimensiones del tubo en función de V .