

Examen General de Variable Compleja
Julio de 2006

- (1) Describe un dominio de analiticidad para la función

$$f(z) = \sin(\log(z^2))$$

y calcula su derivada. ¿En qué puntos es que esta función **f** **no** es conforme?

- (2) ¿Para cuáles curvas simples y cerradas γ la ecuación

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 + z + 1} = 0$$

es válida?

- (3) Calcula

$$\int_{|z|=1} \frac{e^{8z}}{z^6} dz.$$

- (4) Sea f una función entera y supongamos que existen $M > 0$, $R > 0$ y $n \in \mathbb{N}$ tales que

$$|f(z)| \leq M|z|^n$$

para toda $|z| > R$. Probar que f es un polinomio de grado $\leq n$.

- (5) Encuentra el máximo de $|e^{z^2}|$ en el disco unitario $\{z : |z| \leq 1\}$.

- (6) Sea

$$f(z) = \frac{e^z}{z^2 + 1}.$$

Encuentra sus polos y calcula la expansión de f en Serie de Laurent alrededor de ellos. Calcula los residuos de f en los polos. Calcula

$$\int_{|z|=R} \frac{e^z}{z^2 + 1} dz \quad \text{donde } R \neq |\text{polos}|.$$

- (7) Utiliza el Teorema del residuo (justificando su uso) para calcular la siguiente integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^4 + 1)}.$$