1. Discute la estabilidad de los puntos críticos de la siguiente ecuación diferencial no lineal.
$$\ddot{x} + 6\dot{x} - x^2 + 4x = 0$$

2. Usando funciones de Lyapunov, determina la estabilidad o inestabilidad del origen en el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales
$$\dot{x} = -4y - x\exp(x+y)$$
$$\dot{y} = 4x - y\exp(x+y)$$

3. Suponga que la matriz cuadrada A con coeficientes reales tiene un valor propio negativo. Demuestra que el sistema lineal $\dot{x} = Ax$ tiene al menos una solución no trivial $x(t)$ que satisface
$$\lim_{t\longrightarrow\infty} x(t) = 0.$$

4. Determina el flujo $\phi_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ para el sistema no lineal $\dot{x} = f(x)$ con $f(x) = (-x_1, -x_2 + x_1^2, x_3 + x_1^2)$. Dibuja el conjunto $S = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_3 = -x_1^2/3\}$ y demuestra que es invariante bajo el flujo ϕ_t.

5. Sean U un abierto de $\mathbb{R}^n$ que contiene a x_0 , $f \in C^1(U)$ y $[0, \beta)$ es el máximo intervalo derecho de existencia de la solución $x(t)$ del problema de valor inicial $\dot{x} = f(x)$, $x(0) = x_0$. Demuestra que si
$$x_1 = \lim_{t\longrightarrow\beta^-} x(t)$$
existe y $x_1 \in U$, entonces $\beta = \infty$; luego demuestra que $f(x_1) = 0$ y nota que $x(t) \equiv x_1$ es una solución del problema con valor inicial $\dot{x} = f(x)$, $x(0) = x_1$.