EXAMEN GENERAL

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

(1) Encuentra $f(x)$ de tal manera que la ecuación
$$y^2 sen\, x + y f(x)\frac{dy}{dx} = 0$$
es exacta. Resuelve la ecuación diferencial para tal función.

(2) Demuestra o da un contraejemplo a la siguiente afirmación.

Sea A una matriz 2×2 de coeficientes reales cuyos valores propios tienen parte real menor o igual que cero. Entonces, toda solución $x(t)$ del sistema $\dot{x} = Ax$ es acotada.

(3) Demuestra que el flujo de un sistema lineal de dimensión $n \geq 1$ es hiperbólico si y sólo si su única solucion periódica es un punto de equilibrio.

(4) Sean $\varphi(t)$ y $\psi(t)$ soluciones a la ecuación diferencial
$$\dot{x} = sen(x).$$
Si $\varphi(0) = 1$ y $\psi(0) = 1.01$, encuentra una cota para $|\varphi(t) - \psi(t)|$.

(5) Supongamos que 0 es un pozo hiperbólico de la ecuación
$$\dot{x} = f(x)$$
y P es un polinomio que satisface
$$\lim_{x\to 0} \frac{|P(x)|}{|x|} = 0$$
Probar que en la ecuación
$$\dot{x} = f(x) + P(x)$$
el cero es asintóticamente estable.

(6) Considere el sistema
$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= \sin y \end{aligned}$$
1) Encuentre los puntos críticos. 2) Decida su estabilidad 3) Bosqueje el espacio fase.

Date: Julio 2012.