Examen General de Teoría de Juegos

Julio 7, 2015.

Para aprobar el examen es necesario tener un mínimo de 70 puntos.

1. (20 pts.) Sea $e \in R^N$ un vector de unos. Demuestra que el valor de Shapley ponderado con sistema de ponderación w es el valor de Shapley si y sólo si existe $\lambda > 0$ tal que $\lambda w = e$.

2. (20 pts.) Dado un juego cooperativo (N, v), sea $\delta_i = v(N) - v(N \backslash \{i\})$ para $i \in N$. Demuestra que el núcleo del juego v es vacío si
$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i < v(N)$$

3. (20 pts.) Asume una situación de negociación para dos individuos donde el punto de desacuerdo es $(0,0)$ y el conjunto de vectores de utilidad está dado por $3u_1^2 + 6u_2^2 \leq 54$. u_i representa la utilidad que obtiene el individuo $i \in \{1,2\}$. Determina las soluciones de Nash y de Kalai-Smorodinsky. Represéntalas en forma gráfica.

4. (20 pts.) Considera el siguiente juego bipersonal,

	Q	F
Q	$(2,2)$	$(0,3)$
F	$(0,3)$	$(1,1)$

   Los jugadores deciden formar un nuevo juego donde el monto que obtiene el jugador i está dado por $m_i(a) + \alpha m_j(a)$ donde $m_i(a)$ es el monto que obtiene el agente i por haber elegido la acción a en el juego anterior, j es el otro jugador y α es un número no negativo. Por ejemplo para la pareja (Q,Q) el pago al jugador 1 será $2 + 2\alpha$.

   a) Encuentra un rango de valores para α tal que el nuevo juego sea del tipo del dilema del prisionero.

   b) Para los valores α en los que el juego resultante no es del tipo del dilema del prisionero encuentra los equilibrios de Nash.

5. (20 pts.) Demuestre que si G es cualquier conjunto de juegos aditivos y φ es una solución sobre G tal que φ es eficiente y racional individual, entonces φ existe y es única.

6. (20 pts.) Explica *clara y detalladamente* la manera en como funciona el esquemas de división justa libres de envidias de Stromquist o el de Levmore-Cooke y porqué es libre de envidias.