

Examen General de Conocimientos de Topología, enero 2016.

**Resuelve cinco de los siguientes problemas:**

- (1) Demuestra que un espacio métrico es normal.
- (2) Sea  $X = S^1 \vee S^1$ . Calcula cuántos espacios cubrientes de tres hojas tiene  $X$ .
- (3) Sea  $S \subset \mathbb{R}^2$  un conjunto numerable. Muestra que  $\mathbb{R}^2 - S$  es cpt.

Se dice que un espacio es **semilocalmente compacto** si todo punto tiene una vecindad compacta.

- (4) Sea  $X^*$  la compactación de  $X$  al añadirle un punto al infinito. Muestra que  $X^* \in T_2$  si y sólo si  $X$  es semilocalmente compacto y  $T_2$ .
- (5) Sea  $X = S^1 \vee S^1$  y sea  $f : X \rightarrow X$  un homeomorfismo. Escribimos

$$Y = \frac{X \times [0, 1]}{(a, 0) \sim (f(a), 1)}.$$

Calcula  $\pi_1(Y)$ .

- (6) Sea  $F$  una superficie conexa, cerrada y orientable. Calcula  $\pi_1(F)$ .