

GEOMETRÍA ALGEBRAICA COMPUTACIONAL

Abraham Martín del Campo Sánchez

La Geometría Algebraica computacional es una rama que utiliza herramientas de la Geometría Algebraica, para estudiar sistemas de ecuaciones polinomiales, y sus soluciones. Este curso es auto contenido, y da una introducción a distintos aspectos de esta área de las matemáticas. Como prerequisites, se asume que el estudiante tenga una formación básica en Álgebra Lineal y Moderna. Sería de utilidad cierta familiaridad con ideales de anillos conmutativos, aunque esto no es necesario. Se asumirá también que el estudiante tiene acceso a algún programa de Álgebra Conmutativa Computacional (aunque no necesariamente sepa programar en él).

Temario:

1. Bases de Gröbner
 - 1.1. Ideales monomiales y el Lema de Dickson
 - 1.2. Órdenes monomiales y bases de Gröbner
 - 1.3. Algoritmo de la división
 - 1.4. Teorema de Macaulay y el algoritmo de Buchberger
 - 1.5. Bases de Gröbner reducidas
2. Interpretación geométrica - algebraica
 - 2.1. Diccionario algebro-geométrico
 - 2.2. Teorema de Nullstellensatz
 - 2.3. Eliminación y saturación
 - 2.4. Resultantes y fórmula de Poisson
 - 2.5. Discriminante y lema de Gauss
 - 2.6. Teorema de la extensión y algoritmo de eliminación
3. Ideales cero dimensionales
 - 3.1. Teorema de Bézout y lema de la forma
 - 3.2. Algoritmos de eliminantes y FGLM
 - 3.3. Técnicas con eigenvalores
 - 3.4. Teorema de Stickelberger
 - 3.5. Matrices compañeras
4. Soluciones reales
 - 4.1. Teorema de Descartes y Budan – Fourier
 - 4.2. Teorema de Sturm
 - 4.3. Forma de la traza y de Hermite

5. Ideales tóricos
 - 5.1. Polinomios ralos y politopos
 - 5.2. Teorema de Kushnirenko – Bernstein y sumas de Minkowski
 - 5.3. Deformaciones tóricas y series de Puiseux
 - 5.4. Subdivisiones mixtas y teorema de Bernstein
 - 5.5. Variedades e ideales tóricos
6. Geometría algebraica numéricas
 - 6.1. Continuación numérica de homotopía
 - 6.2. Seguimiento de trayectorias y el método de Newton

Bibliografía:

- [1] David Cox, John Little, and Donal O'Shea, *Ideals, Varieties, and Algorithms*, An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, Third edition, Springer, New York, 2007.
- [2] Bernd Sturmfels, *Solving Systems of Polynomial Equations*, CBMS Regional Conference Series in Mathematics **97**, American Mathematical Society, Providence, RI, 2002.
- [3] Bernd Sturmfels, *Gröbner bases and convex polytopes*, University Lecture Series, **8**. American Mathematical Society, Providence, RI, 1996.
- [4] Hal Schenck, *Computational Algebraic Geometry*, London Mathematical Society Student Texts **85**, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [5] Frank Sottile, *Real solutions to equations from geometry*, University Lecture Series, **57**. American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.
- [6] Daniel Bates, Jonathan Hauenstein, Andrew Sommese, Charles Wampler, *Numerically solving polynomial systems with Bertini* (Software, Environments, and Tools). **25**. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2013.