

SOBRE COMO DETERMINAR EL NUMERO DE DIPUTADOS DE REPRESENTACION PROPORCIONAL

FRANCISCO SÁNCHEZ SÁNCHEZ Y ADOLFO SÁNCHEZ VALENZUELA

7 de julio de 1994

ADVERTENCIA Este estudio ha sido realizado de manera particular por encargo del Licenciado Carlos Arce, diputado al Congreso del Estado de Guanajuato. Lo que aquí se encuentra es una propuesta para determinar el *número óptimo* de diputados de representación proporcional, dados los resultados de las elecciones y un criterio preciso de cómo ocupar dichas diputaciones. La solución, aunque expresada en fórmulas que pudieran parecer complicadas a primera vista, es completamente elemental y no tiene nada que ver con una afiliación específica a partido político alguno.

Los distritos. Actualmente, el estado de Guanajuato está compuesto por 18 distritos electorales. Se propone que el número de distritos electorales se incremente a 21. Sin embargo, para no comprometer los resultados abstractos de este estudio se hablará simplemente de N distritos electorales. También se hablará en forma abstracta del *distrito* ' a ', para hacer referencia a uno de ellos en particular. Resulta entonces que a es una variable entera y $1 \leq a \leq N$.

Los partidos. En el estado participan 9 partidos políticos. Hacer referencia al *partido* ' i ', es hablar de uno de ellos en particular. Los partidos se pueden enumerar del uno al nueve y entonces i es una variable entera entre uno y nueve.

Resultados de las elecciones. Los resultados de las elecciones pueden escribirse en una matriz E de nueve renglones por N columnas de la siguiente manera:

$$E = \begin{pmatrix} E_{1,1} & \cdots & E_{1,a} & \cdots & E_{1,N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ E_{i,1} & \cdots & E_{i,a} & \cdots & E_{i,N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ E_{9,1} & \cdots & E_{9,a} & \cdots & E_{9,N} \end{pmatrix}$$

El significado de la entrada $E_{i,a}$ de la matriz es el del número de votos válidos para el partido i en el distrito a . De esta matriz se extrae toda la información relevante: por ejemplo,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{El partido } i \text{ gana} \\ \text{en el distrito } a \end{array} \right\} \quad \text{sólo si} \quad E_{i,a} > E_{j,a} \quad \text{para todo } j \neq i$$

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -TEX

Los totales. La suma de todas las entradas del renglón i proporciona el número total de votos válidos recibidos a favor del partido i :

$$v_i = \sum_{a=1}^{a=N} E_{i,a} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Total de votos válidos} \\ \text{para el partido } i \end{array} \right\}$$

La suma de todas las entradas de la columna a proporciona el número total de votos válidos en el distrito a :

$$w_a = \sum_{i=1}^{i=9} E_{i,a} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Total de votos válidos} \\ \text{en el distrito } a \end{array} \right\}$$

Las cuentas por partidos o por distritos deben verificar el balance correcto:

$$\sum_{a=1}^{a=N} w_a = V = \sum_{i=1}^{i=9} v_i$$

V es entonces el número total de votos válidos en todo el estado. De aquí uno construye el vector P de las proporciones totales:

$$P = \left(\frac{v_1}{V}, \frac{v_2}{V}, \dots, \frac{v_9}{V} \right)$$

Resulta claro que,

$$\frac{v_1}{V} + \frac{v_2}{V} + \dots + \frac{v_9}{V} = 1$$

Por otro lado, dado que es posible obtener el partido ganador en cada distrito a partir de la información arrojada por la matriz E , es inmediato construir el siguiente vector M de diputados que han ganado por mayoría en su distrito y acomodarlos según el partido al que pertenecen. Así,

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_9) \quad m_i = \left\{ \begin{array}{l} \text{Total de diputados ganadores} \\ \text{por mayoría en el estado} \\ \text{que pertenecen al partido } i \end{array} \right\}$$

Composición del Congreso y Diputados por representación proporcional.

Se propone que el total T de diputados en el Congreso quede compuesto como sigue:

$$T = N + L$$

siendo L es el número de diputados por representación proporcional. Por el momento se procederá como si L fuera fijo, pero se verá después que también es una variable importante a determinar. Al conocerse L (equivalentemente, T), se puede encontrar el vector de proporciones por partidos que han ganado por mayoría en sus respectivos distritos:

$$M = \left(\frac{m_1}{T}, \frac{m_2}{T}, \dots, \frac{m_9}{T} \right)$$

Por lo tanto, se debe verificar la ecuación siguiente (que dice simplemente cuál es su proporción dentro del Congreso):

$$\frac{m_1}{T} + \frac{m_2}{T} + \cdots + \frac{m_9}{T} = \frac{N}{T}$$

Quedan por escogerse los L diputados de representación proporcional. Estos forman un vector x a determinar. El vector se escribe como,

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_9) \quad x_i = \left\{ \begin{array}{l} \text{Diputados de representación propor-} \\ \text{cional que pertenecen al partido } i \end{array} \right\}$$

y debe verificar la ecuación siguiente:

$$\frac{x_1}{T} + \frac{x_2}{T} + \cdots + \frac{x_9}{T} = \frac{L}{T}$$

La condición de tener una “representación justa” en el Congreso según los resultados de las elecciones se traduce en que para cada partido—digamos, el partido i —el porcentaje total de votos obtenidos en las elecciones sea *lo más cercano posible* al porcentaje de diputados pertenecientes a ese partido en el Congreso; esto es,

$$\frac{v_i}{V} \quad \text{debe ser lo más cercano posible a} \quad \frac{m_i}{T} + \frac{x_i}{T}$$

Solución de mínimo distanciamiento. Se puede plantear el problema de *optimizar la justa representación* como el problema geométrico de determinar la mínima distancia del punto

$$D = \left(\frac{v_1}{V} - \frac{m_1}{T}, \frac{v_2}{V} - \frac{m_2}{T}, \dots, \frac{v_9}{V} - \frac{m_9}{T} \right)$$

al punto

$$\left(\frac{x_1}{T}, \frac{x_2}{T}, \dots, \frac{x_9}{T} \right)$$

sujeto a la condición,

$$\frac{x_1}{T} + \frac{x_2}{T} + \cdots + \frac{x_9}{T} = \frac{L}{T}$$

La solución del problema consiste en determinar las cantidades $x_1, x_2, \dots, x_9$ encontrando los puntos críticos de la función,

$$J(x) = \sum_{i=1}^{i=9} \left(D_i - \frac{x_i}{T} \right)^2 - \lambda \left(\sum_{i=1}^{i=9} \frac{x_i}{T} - \frac{L}{T} \right); \quad \text{donde,} \quad D_i = \frac{v_i}{V} - \frac{m_i}{T}$$

La solución arroja que $\lambda = 0$ y que,

$$x_i = T \left(\frac{v_i}{V} - \frac{m_i}{T} \right)$$

Restricciones a la solución. Existen algunas restricciones que deberán observarse en la práctica. La primera restricción es que el total de diputados no podrá exceder de 36; en símbolos:

$$21 \leq T \leq 36$$

La segunda restricción tiene que ver con la *representación minoritaria*.

En la ley actual, esta restricción se expresa de la siguiente manera: para que un partido tenga derecho a tener un diputado de representación proporcional en el Congreso, es necesario que haya obtenido en las elecciones, cuando menos el 1.5 por ciento del total de votos.

Una forma más estricta de dar lugar a una representación a los partidos minoritarios sin tener que afectar tanto las proporciones arrojadas por las elecciones por un lado, y sin fomentar la proliferación de partidos minoritarios, es:

- (1) Restringir el valor superior del intervalo porcentual, y
- (2) Restringir a un máximo de *tres* el número de diputaciones por representación proporcional a repartir entre los partidos minoritarios.

Se propone entonces que la restricción quede de la siguiente manera:

Un partido—digamos, el partido i —tiene derecho a competir por un diputado de representación proporcional si obtiene una votación superior al 1.5 por ciento del total y menor que la mitad del porcentaje que representa un diputado en el Congreso cuando el número de diputados es el mínimo posible. En símbolos,

$$\text{si } 0.015 < \frac{v_i}{V} < \frac{1}{2N}$$

puesto que $T_{\min} = N$ es el mínimo valor posible para el total de diputados; es decir, el número de distritos electorales. Si hubiera más de tres partidos minoritarios cuya proporción de votos cae dentro del intervalo porcentual mencionado en (1), la asignación de diputados será para los tres partidos que obtuvieron la mayor proporción de votos.

Explicación. Si se conoce el número total de diputados al Congreso (T), el porcentaje con el que un diputado contribuye al 100% del total es igual a $100/T$. Dado que este modelo proporciona automáticamente un diputado de representación proporcional a cualquier partido cuyo porcentaje de votos quede por arriba de $100/2T$ (ver las fórmulas encerradas en los cuadros a continuación), la competencia por un diputado plurinominal entre los partidos minoritarios tiene sentido sólo cuando el porcentaje de votos obtenidos por uno de dichos partidos es superior al 1.5% e inferior al $100/2T\%$. Resulta claro que dicho porcentaje es el mayor posible precisamente cuando el número de diputados es el menor posible (*i.e.*, cuando $T_{\min} = N = 21$ Diputados; en cuyo caso, $100/42 = 2.38\%$).

Habría una sola excepción a esta regla que ocurre cuando un partido i haya obtenido una proporción de votos tal que la desigualdad anterior se satisface, pero que ya

ha ganado por mayoría en algún distrito. En ese caso el diputado que obtiene el partido i no puede ser tomado de los de representación proporcional porque ya le ha sido asignado su diputado correspondiente (esto es, $m_i = 1$). Luego,

si $0.015 < \frac{v_i}{V} < 0.02381$ y $m_i = 1$ entonces $x_i = 0$

Reducción del problema después de asignar los diputados de las minorías. Puede ser que haya varios partidos cuya proporción de votos satisfaga las desigualdades de minoría para contar con un diputado de representación proporcional. Si hubiese K de estos partidos (y claramente $0 \leq K \leq 3$), ya sólo quedarán $L - K$ diputaciones por representación proporcional para repartir (o bien, $L - K + 1$ si uno de los partidos minoritarios ganó un diputado de distrito). Estos $L - K$ diputados se tienen que asignar a los partidos cuya proporción total de votos satisface la desigualdad,

$$\frac{v_i}{V} \geq \frac{1}{2T}$$

con los siguientes criterios:

Casos de Sobrerrepresentación. Puede ocurrir que para algún partido—digamos, el partido i ,

$$x_i = T \left(\frac{v_i}{V} - \frac{m_i}{T} \right) \quad \text{es un número negativo.}$$

En estos casos, debe entenderse que el partido i ha quedado sobrerrepresentado en el Congreso con sus diputados m_i . La solución entera—y no negativa—al problema es que $x_i = 0$. En símbolos,

si $\frac{v_i}{V} - \frac{m_i}{T}$ es negativo entonces $x_i = 0$
--

Los casos justos de representación proporcional. Es claro que una vez que han sido eliminados los casos extremos—tanto de minorías, como de sobrerrepresentación—los casos restantes son precisamente los de aquellos partidos cuya proporción de votos en las elecciones les proporciona diputados por representación proporcional de manera justa. Luego, la asignación debe hacerse de acuerdo a la regla siguiente (que toma en cuenta el redondeo):

si $\frac{v_i}{V} > \frac{1}{2T}$ y $\frac{v_i}{V} - \frac{m_i}{T}$ es positivo entonces $x_i = \text{Parte entera de } \left(\frac{Tv_i}{V} - m_i + 0.5 \right)$
--

Sobre la determinación del número total de diputados. Con el fin de que *todos* los partidos que ya han quedado dentro de las desigualdades del caso anterior obtengan la cuota justa de diputados de representación proporcional, es necesario que

$$\text{Parte entera de } \left(\frac{Tv_i}{V} - m_i + 0.5 \right) \geq 0$$

Esto impone entonces la condición de escoger el total de diputados de la siguiente manera:

$$T = \text{La parte entera más grande de } \left(\frac{Vm_i}{v_i} + 0.5 \right)$$

tomada de entre todos los partidos i

Dado que el número de distritos electorales es fijo (e igual a N), esta condición dicta, *de acuerdo a los resultados de las elecciones*, cuál es el número óptimo de diputaciones por representación proporcional que debe haber en el Congreso; a saber, $L = T - N$.

Advertencia. Puede suceder que en algunos ejemplos el número T de diputados computados por el programa, difiera del número T obtenido con la última fórmula.

ELECCIONES DE 1979 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	% Votos $\frac{v_i}{V}$	% Escaños $\frac{v_i + x_i}{T}$
PRI	444498	18	0	83.51	81.82
PAN	64040	0	3	12.03	13.64
PPS	21718	0	1	4.08	4.55
PARM	2033	0	0	0.38	0.00

Total de diputados: **22**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 6.82%]

ELECCIONES DE 1982 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	% Votos $\frac{v_i}{V}$	% Escaños $\frac{v_i + x_i}{T}$
PRI	499899	18	0	67.52	69.23
PAN	148565	0	5	20.06	19.23
PDM	60863	0	2	8.22	7.69
*PFCRN	11688	0	1	1.58	3.85
PPS	8802	0	0	1.19	0.00
PRD	8504	0	0	1.15	0.00
PARM	2099	0	0	0.28	0.00

Total de diputados: **26**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 5.77%]

* Diputado asignado por criterio de minoría.

ELECCIONES DE 1985 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	% Votos $\frac{v_i}{V}$	% Escaños $\frac{v_i + x_i}{T}$
PRI	377369	17	0	62.10	62.96
PAN	107267	1	4	17.65	18.52
PDM	94001	0	4	15.47	14.81
PFCRN	14378	0	1	2.37	3.70
PRD	5492	0	0	0.90	0.00
PPS	4970	0	0	0.82	0.00
PARM	3091	0	0	0.51	0.00
PRT	1111	0	0	0.18	0.00

Total de diputados: **27**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 5.56%]

ELECCIONES DE 1988 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	% Votos $\frac{v_i}{V}$	% Escaños $\frac{v_i + x_i}{T}$
PRI	299231	15	0	47.00	46.88
PAN	171315	3	6	26.91	28.12
PFCRN	90021	0	5	14.14	15.62
PDM	29383	0	1	4.62	3.12
PPS	22261	0	1	3.50	3.12
PARM	14967	0	1	2.35	3.12
PRD	7228	0	0	1.14	0.00
PRT	2270	0	0	0.36	0.00

Total de diputados: **32**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 4.69%]

ELECCIONES DE 1991 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	% Votos $\frac{v_i}{V}$	% Escaños $\frac{v_i + x_i}{T}$
PRI	631998	15	0	53.06	51.72
PAN	408851	3	7	34.32	34.48
PRD	78094	0	2	6.56	6.90
PDM	33787	0	1	2.84	3.45
PFCRN	26696	0	1	2.24	3.45
PARM	11713	0	0	0.98	0.00

Total de diputados: **29**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 5.17%]

ELECCIONES HIPOTETICAS DE 1994 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	% Votos $\frac{v_i}{V}$	% Escaños $\frac{v_i + x_i}{T}$
PRI	576450	10	2	42.70	40.00
PAN	473850	10	0	35.10	33.33
PRD	153900	1	2	11.40	10.00
PFCRN	29726	0	1	2.20	3.33
PPS	29700	0	1	2.20	3.33
PT	24324	0	1	1.80	3.33
PDM	24312	0	1	1.80	3.33
*PARM	21600	0	1	1.60	3.33
PVE	16200	0	0	1.20	0.00

Total de diputados: **30**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 5.00%]

* Diputado asignado por criterio de minoría.

ELECCIONES HIPOTETICAS DE 1997 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	% Votos $\frac{v_i}{V}$	% Escaños $\frac{v_i + x_i}{T}$
PAN	580500	11	0	38.42	36.67
PRI	528450	8	2	34.97	33.33
PRD	225900	2	2	14.95	13.33
PT	36200	0	1	2.40	3.33
PFCRN	36000	0	1	2.38	3.33
PPS	30200	0	1	2.00	3.33
PDM	30000	0	1	1.99	3.33
*PVE	24200	0	1	1.60	3.33
PARM	19500	0	0	1.29	0.00

Total de diputados: **30**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 5.00%]

* Diputado asignado por criterio de minoría.

ELECCIONES HIPOTETICAS DEL AÑO 2000 SEGUN LA PROPUESTA

<i>Partido</i> <i>i</i>	<i>Votos</i> <i>v_i</i>	<i>Mayorías</i> <i>m_i</i>	<i>Plurinom.</i> <i>x_i</i>	<i>% Votos</i> $\frac{v_i}{V}$	<i>% Escaños</i> $\frac{v_i + x_i}{T}$
PAN	577500	10	0	34.99	33.33
PRI	528450	8	1	32.02	30.00
PRD	346500	3	3	20.99	20.00
PT	49500	0	1	3.00	3.33
PFCRN	46200	0	1	2.80	3.33
PDM	29715	0	1	1.80	3.33
PPS	29700	0	1	1.80	3.33
*PVE	26400	0	1	1.60	3.33
PARM	19500	0	0	1.00	0.00

Total de diputados: **30**.

Intervalo porcentual para un escaño: [1.50%, 5.00%]

* Diputado asignado por criterio de minoría.

INSTRUCCIONES PARA CORRER EL PROGRAMA

1. Se requiere un sistema operativo DOS.
2. Introducir el disco *elecdip* en el 'drive' B de la computadora.
3. Escribir frente al 'prompt' lo siguiente:

b:

y dar un retorno de carro.

4. Escribir frente al nuevo 'prompt' lo siguiente:

elecdip

y dar un retorno de carro.

5. El programa preguntará: **¿Nombre del archivo?** a lo cual hay que responder con el nombre de uno de los archivos, pero sin dar la extensión. Por ejemplo, hay que responder así:

elec94

y dar un retorno de carro.

6. Si el reporte de los resultados del cálculo no se imprime inmediatamente en la pantalla es porque su sistema operativo requiere otro retorno de carro adicional. Con un retorno de carro más, debe verse en pantalla el reporte.