TAREA 1 A ENTREGARSE EL 17 DE FEBRERO

Esta tarea tiene una página y contiene seis problemas.

1. (8 puntos) Sean $C \xrightarrow{f} A \xrightarrow{g} B \to 0$ y $0 \to B \xrightarrow{h} D \xrightarrow{k} E$ sucesiones exactas. Demuestra que existe una sucesión exacta $C \xrightarrow{f} A \to D \xrightarrow{k} E$ para un cierto homomorfismo $A \to D$.

2. (8 puntos) Sea $A \xrightarrow{f} B \to C \to D \xrightarrow{g} E$ una sucesión exacta. Demuestra que existe una sucesión exacta corta $0 \to \operatorname{Coker}(f) \to C \to \operatorname{Ker}(g) \to 0$.

3. (10 puntos) Para cada $n \geq 0$, definamos $C_n = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ y sea $C_n = 0$ si $n < 0$. Esto define un complejo C_* donde todas las diferenciales $C_n \to C_{n-1}$ con $n \geq 1$ están dadas por $(m, n) \mapsto (m+n, -m-n)$. Sea D_* el complejo dado por $D_0 = \mathbb{Z}$ y $D_n = 0$ si $n \neq 0$. Demuestra que C_* es homotópicamente equivalente a D_*.

4. (10 puntos) Calcula los grupos de homología simplicial del paracaídas triangular obtenido de Δ^2 identificando los tres vértices a un mismo punto.

5. (12 puntos) Calcula los grupos de homología simplicial de N_h para todo $h > 0$.

6. (12 puntos) Calcula los grupos de homología simplicial del cilindro $S^1 \times I$.