

TAREA 5 A ENTREGARSE EL 15 DE MAYO

Esta tarea tiene una página y contiene seis problemas.

1. (10 puntos) Sea $0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow 0$ una sucesión exacta corta de grupos abelianos y X un espacio topológico. Muestra que esta sucesión induce una sucesión exacta larga de grupos de homología

$$\cdots \rightarrow H_n(X; A) \rightarrow H_n(X; B) \rightarrow H_n(X; C) \rightarrow H_{n-1}(X; A) \rightarrow \cdots$$

y que esta sucesión es natural con respecto a funciones $X \rightarrow Y$ y con respecto a morfismos entre sucesiones exactas cortas de grupos abelianos.

2. (10 puntos) Consideremos la estructura celular de N_g dada por su presentación poligonal estándar. Muestra que el cociente $N_g \rightarrow S^2$ que colapsa el 1-esqueleto de N_g a un punto no es nulhomótopa.
3. (8 puntos) Muestra que la escisión en el teorema de coeficientes universales no es natural. **Pista:** Usa el cociente $S^2 \cup_f D^3 \rightarrow S^3$, donde f es una función de grado 3.
4. (10 puntos) Construye un espacio \mathbb{Q} -acíclico que no es \mathbb{Z}/p -acíclico para ningún primo p .
5. (12 puntos) Construye una función $f: M_g \times S^1 \rightarrow S^3$ tal que $f_*: H_3(M_g \times S^1) \rightarrow H_3(S^3)$ es un isomorfismo. **Pista:** Construye primero una función $M_g \rightarrow S^2$ que induce un isomorfismo en H_2 y usa la naturalidad del isomorfismo entre la homología celular y la singular.
6. (10 puntos) Calcula los grupos de homología de $S^n - X$, donde X es un subespacio de S^n homeomorfo a $S^k \vee S^l$.