órbitas periodicas en RC3BP

El proceso arriba simplifica considerablemente en tomando ventaje de una simetría discreta de RC3BP.

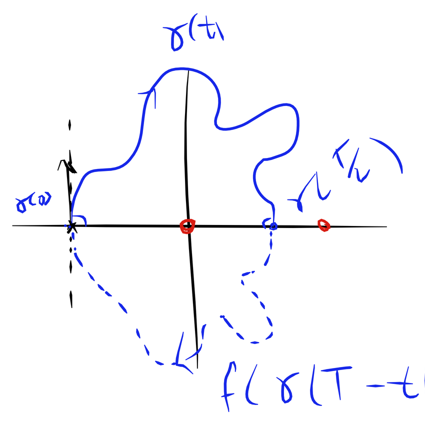
$$f : (Q, P) \mapsto (\bar{Q}, -\bar{P})$$

Tenemos :

$$H \circ f = H$$

$f^*\omega = -\omega$ (f reversa tiempo, es decir envie X_H a $-X_H$)

$$\Gamma(t) = \begin{cases} \gamma(t) & : t \in (0, T/2) \\ f(\gamma(T-t)) & : t \in (T/2, T) \end{cases}$$

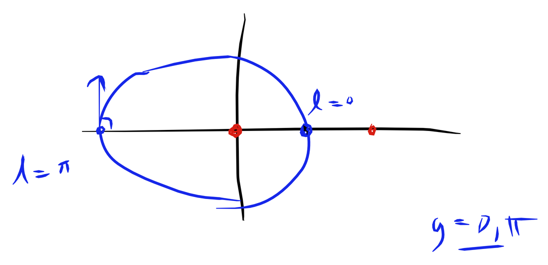


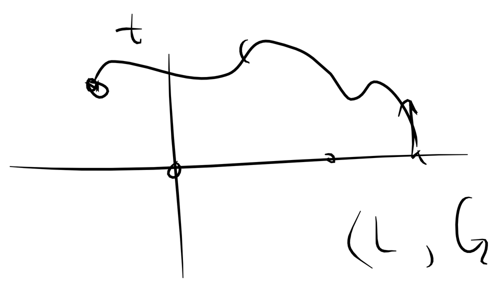
Entonces, si $\gamma(t)$ es una solución al RC3BP también es $f(\gamma(-t))$.

$*$ en particular, si encontramos una solución $\gamma(t)$ con

$$\gamma(0), \gamma\left(\frac{T}{2}\right) \in fix(f)$$

entonces se conduce a una órbita periodica.





$(L, G_0, \ell = 0, g = 0)$

$*$ en coordenadas de Delaunay, los puntos de $fix(f)$ son los con :

(L, G) arbitraria

$(\ell, g) \equiv 0 \mod \pi$

$H_0 = -\frac{1}{2L^2} - G$

Consideramos una órbita periodica cuando $\mu = 0$:

$$(L, G) = (L_o, G_o) = cst.$$

$$(\ell, g) = \left(\frac{t}{L_o^3}, -t\right)$$

es periodica cuando

$\frac{1}{L_o^3} = \frac{m}{n}$ es racional.

$\ell(T/2) = \pi m$

$g(T/2) = -\pi n$

$*$ el periodo es $T = 2\pi n$ $*$

La condición inicial esta en $fix(f)$ $(\ell = g = 0)$,

y por tiempo $\frac{T}{2}$, también estamos en $fix(f)$ $(\ell = \pi m,\ g = -\pi n)$.

Manteniendo G_o fijado, tenemos una aplicación P que envie

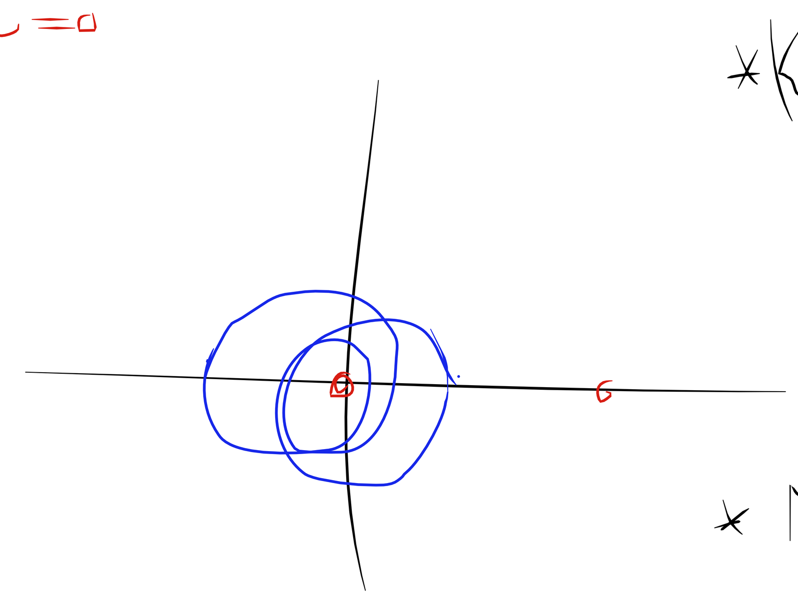
$$(L, t, \mu)$$

al punto despues tiempo t de la trayectoria con condicion inicial $(L, G_o, 0, 0)$ de H_μ.

$\mu = 0$ $P(L_0, T/2, 0) \in fix(f)$

$P(L, t, 0) = \left(\frac{t}{L^3}, -t\right)$

$\mu = 0$



$*$ K. Meyer - Periodic Sol's in N-body probs $*$

$*$ Meyer, Offin, Hall - Ham. meth....

Sabemos $L = L_o, t = \frac{T}{2}, \mu = 0$ aterriza por $fix(f)$.

Si el diferencial de

$$P(L, t, 0)$$

por $L_o, \frac{T}{2}$ es invertible, entonces IFT implica que existe soluciones de

$$P(L_\mu, \frac{T_\mu}{2}, \mu) \in fix(f)$$

para $0 \le \mu \ll 1$.

Calculamos que

$$dP(L_o, \frac{T}{2}, 0) = \begin{pmatrix} -\frac{3T}{2L_o^4} & \frac{1}{L_o^3} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

que es invertible!

Aplicaciones de corrimiento

Sea

$$\Sigma = \{ \ldots s_{-1}, s_0, s_1, s_2, \ldots \text{ t.q. } s_j \in \{0,1\} \text{ todas secuencias de 0 y 1} \}$$

$\ldots s_{-1}\, s_0 . s_1\, s_2 \ldots$

$\downarrow \sigma$

$\ldots s_0\, s_1 . s_2\, s_3 \ldots$

$s_0, \sigma(s)_0, \sigma^2(s)_0, \ldots$

"chaotic"

$\exists$ dense per. orb

$N = \max_m \{ s_j = s'_j \ \ |j| < m \}$

$d(s, s') = \frac{1}{2^N}$

La aplicacion de corrimiento (a la izquierda)

$$\sigma : \Sigma \to \Sigma$$

envie $\{s_j\}$ a $\{s_{j-1}\}$

La dinámica de σ es unpredicible. Es decir, si grabamos las entradas al lado del . en iterando σ, estos grabaciones no dicen nada de que va a pasar proxima.

Herradura de Smale

Consideramos un rectangula, R, y una aplicacion $f : R \to R$

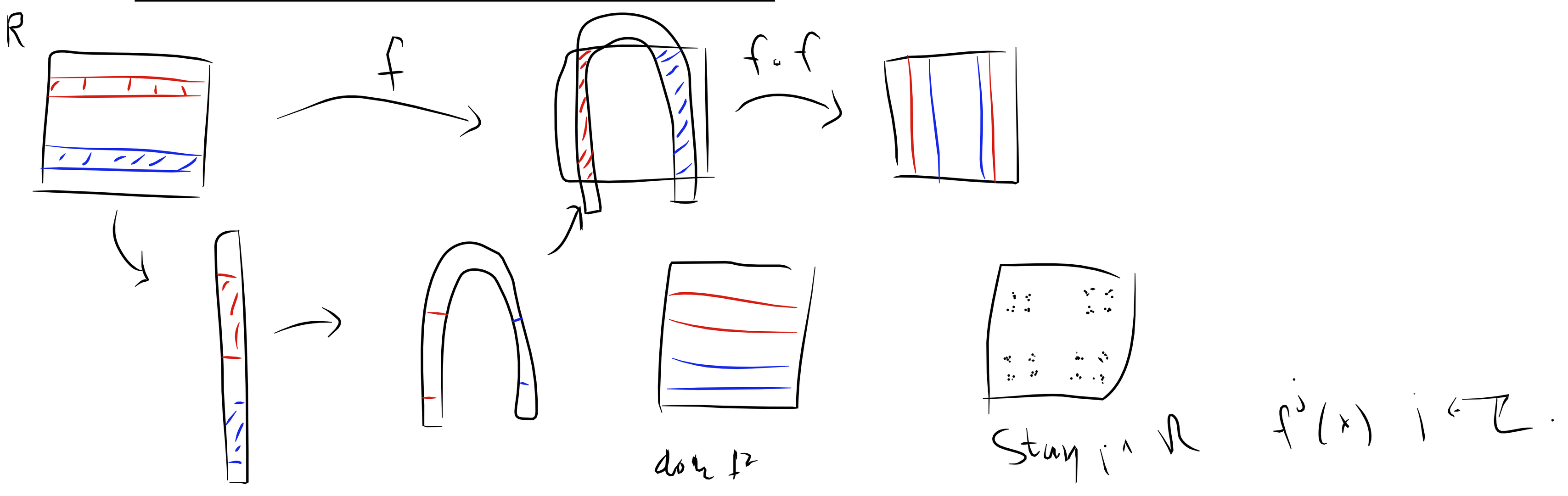
$*$ el dominio y rango de este apicacion no son todo de R $*$

Existe puntos de R que quedan en R bajo todos iteraciones de f

Tales puntos, x, uno puedo encodar por escribiendo una secuencia de ceros y unos determinada por $(j > 0)$:

$s_j = 0$, si $f^j(x)$ en lado izquierda

$s_j = 1$, si $f^j(x)$ en lado derecha

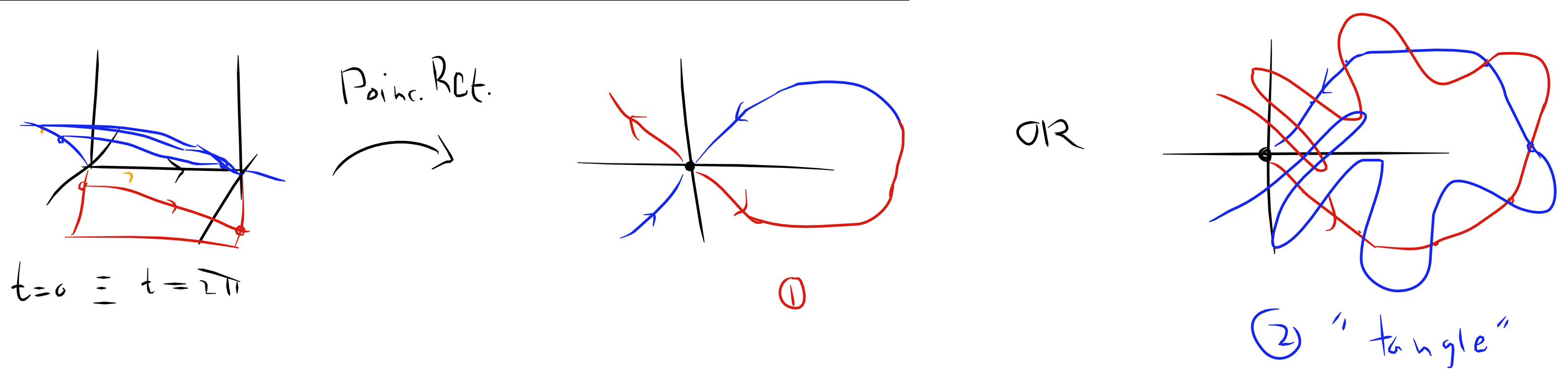


stay in R $f^j(x)$ $j \in \mathbb{Z}$.

Con este identificación, la dinámica de puntos bajo f es el mismo como la de la aplicación del turno.

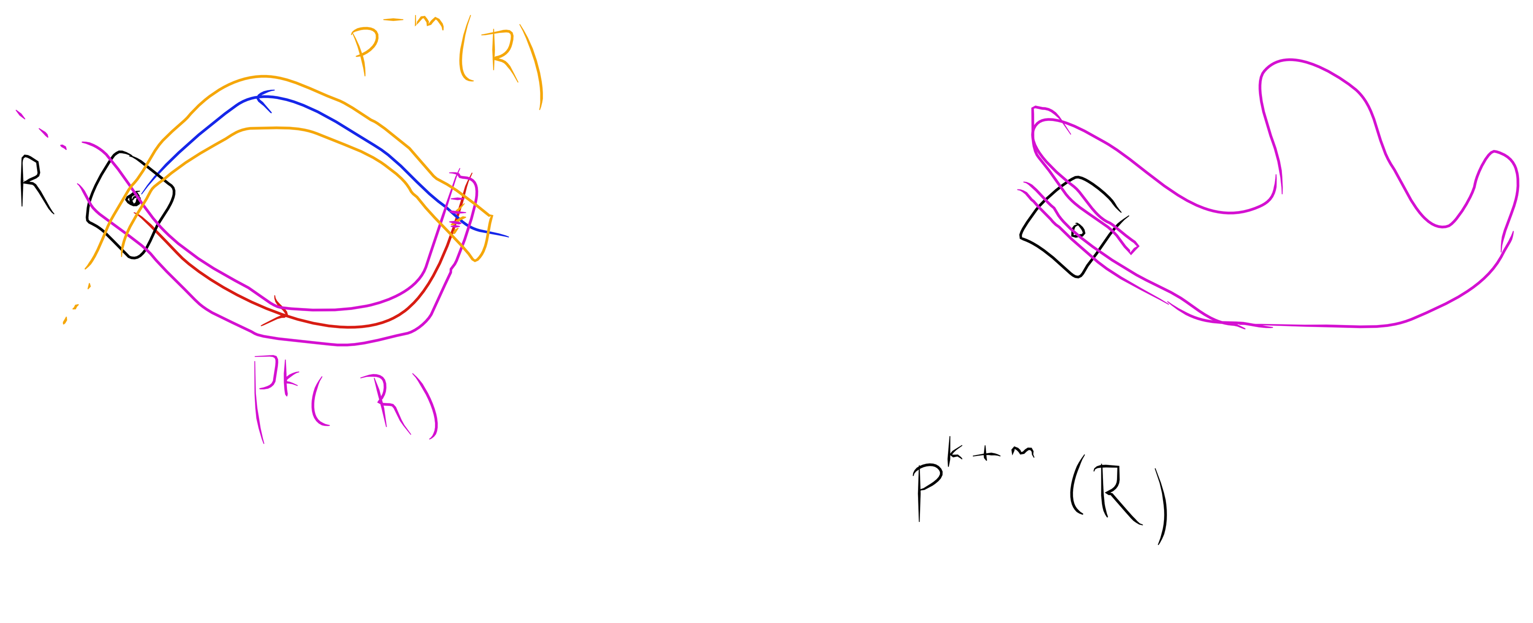
Intersecciones homoclínica

Considera una órbita periodica inestable, en una sistema con dos grados de libertad.



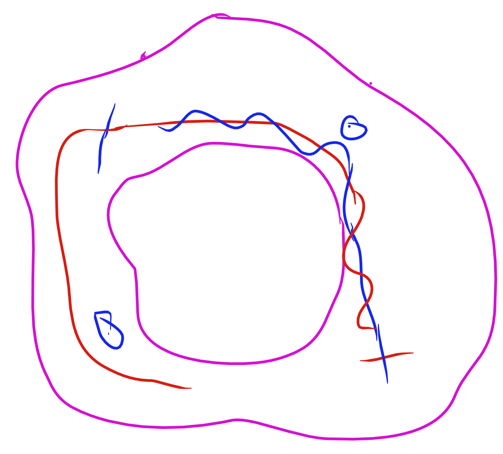
Si las variedades estable e inestable de una órbita periodica intersectan transversalmente, conduce a un enredo homoclinica.

Ademas, implica que la mapa de Poincaré tiene un subconjunto en que comparte como el pato de caballo $-$ es decir inpredicible!



$P^{k+m}(R)$

"generic picture pert. int. syst"



$\| H(I) + \varepsilon H_1(I, \theta) \|$