

Semestre Agosto-Diciembre 2014

## ANÁLISIS FUNCIONAL 1

### DESCRIPCIÓN

En este curso iniciaremos el estudio de los espacios de Banach y de los operadores lineales continuos definidos entre ellos. Para ello introduciremos los espacios de Banach clásicos y estableceremos los conceptos y resultados básicos del análisis funcional.

### TEMARIO

#### 0. INTRODUCCION

0.5 Motivación: solución de ecuaciones diferenciales.

#### I. ESPACIOS DE BANACH

0.5-3. Estructura algebraica: Espacio vectorial, dim. Operadores lineales, núcleo y rango. Espacios vectoriales cociente y producto.

4. Norma. Los espacios de norma  $p$ :  $(\mathbb{K}^n, \|\cdot\|_p)$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ .

5. Convergencia y completez.

6. Espacios de funciones  $B(A)$  y  $C(K)$ . Los espacios de sucesiones  $\ell^\infty(\mathbb{K})$ ,  $c$  y  $c_0$ .

7. Espacios  $\ell^p(\mathbb{K})$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ . Desigualdad de Hölder.

8-9. Espacio de Hilbert. Producto escalar, desigualdad de Schwarz, ley del paralelogramo.

10-11. Espacios  $L^p(\Omega)$ ,  $1 \leq p < \infty$ . Desigualdad de Hölder.

12. Espacios  $L^\infty(\Omega)$ .

#### II. ESPACIOS MÉTRICOS Y ESPACIOS NORMADOS

13. Espacio topológico. Interior y cerradura de un conjunto. Continuidad.

14. Espacio métrico. Topología inducida.

15. Sucesiones. Cerradura y continuidad en términos de sucesiones. Completez.

16. Continuidad uniforme, extensión de una función uniformemente continua.

17. Métrica inducida por una norma.

18. Teorema de Contracción.

19. Existencia y solución de una clase de ecuaciones diferenciales.

20. Densidad y separabilidad en espacios métricos.

### III. OPERADORES LINEALES CONTINUOS

- 21-22. Operador lineal acotado. Estructura de espacio normado.  
Composición.
- 23. Ejemplos
- 24. Espacios normados cociente y producto.
- 25. Normas equivalentes. Espacios normados de dimensión finita.
- 25-25.5 Extensión lineal y continua.
- 25.5-27. Proyección ortogonal en un espacio de Hilbert.
- 28-29. Series de Fourier. Base ortonormal. Proceso de  
ortonormalización de Gram-Schmidt. Teorema de Riesz-Fischer.

### IV. DOS PRINCIPIOS DEL ANALISIS FUNCIONAL

Teorema de categoría de Baire.

- 30. Teoremas del mapeo abierto y de la gráfica cerrada.
- 31. Teorema de acotamiento uniforme.

### V. DUALIDAD

- 32. Espacio dual.
- 33. Teorema de Hahn-Banach.

### BIBLIOGRAFIA

- 1. F. Galaz Fontes, *Elementos de análisis funcional*. CIMAT, México, 2006.
- 2. H. Fetter y B. Gamboa, *Introducción al análisis funcional y a la geometría de espacios de Banach*. Grupo Ed. Iberoamérica, 1997.
- 3. A. Kolmogorov and S. Fomín, *Introductory real analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs N.J., 1970.
- 4. J. A. Canavati, *Introducción al análisis funcional*. Fondo de Cultura Económica, 1998.
- 5. S. Lang, *Real analysis*. Addison-Wesley, Reading Mass., 1983.
- 6. W. Rudin, *Functional analysis*. Mc-Graw-Hill, New York, 1973.
- 7. W. Rudin, *Real and complex analysis*. McGraw-Hill, New Delhi, 1978.

Fernando Galaz Fontes

Agosto 11, 2014