

Semestre Agosto-Diciembre 2022
ANÁLISIS FUNCIONAL 1

DESCRIPCIÓN

En este curso iniciaremos el estudio de los espacios de Banach y de los operadores lineales continuos definidos entre ellos. Para ello introduciremos los espacios de Banach clásicos y estableceremos los conceptos y resultados básicos del análisis funcional.

TEMARIO

0. INTRODUCCIÓN

0.5 Motivación: solución de ecuaciones diferenciales.

I. ESPACIOS DE BANACH

2. Espacio vectorial, dimensión. Operadores lineales, núcleo y rango.
Espacios vectoriales cociente y producto.
3. Norma. La norma p en \mathbb{K}^n , $1 \leq p \leq \infty$. Desigualdad de Hölder.
4. Convergencia y completez.
5. Espacios de funciones acotadas y de funciones continuas en un compacto.
Espacios de sucesiones ℓ^∞ , c y c_0 .
6. Espacios de sucesiones ℓ^p , $1 \leq p \leq \infty$.

II. TOPOLOGÍA EN ESPACIOS MÉTRICOS Y ESPACIOS NORMADOS

7. Espacio topológico. Interior y cerradura. Continuidad.
9. Espacio métrico. Topología inducida. Métrica inducida por una norma.
Cerradura y continuidad mediante sucesiones. Densidad y separabilidad.
10. Completez. Teorema de contracción.
11. Unicidad y existencia de soluciones en ecuaciones diferenciales.
12. Teorema de categoría de Baire.

III. OPERADORES LINEALES CONTINUOS

13. Operador lineal acotado. Estructura de espacio normado. Composición. Ejemplos.
14. Espacios normados cociente y producto.
15. Normas equivalentes. Espacios normados de dimensión finita.
- Dos principios del análisis funcional
16. Teoremas del mapeo abierto y de la gráfica cerrada.
17. Teorema de acotamiento uniforme.
18. Fórmula de Neumann. Grupo de operadores invertibles.
19. Espectro.

IV. DUALIDAD

21. Espacio dual. Teorema de Hahn-Banach.
22. Operador transpuesto.

V. ESPACIOS DE HILBERT

23. Espacio de Hilbert. Producto escalar, desigualdad de Schwarz, ley del paralelogramo.
24. Proyección ortogonal.
26. Series de Fourier. Base ortonormal. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt. Teorema de Riesz-Fischer.
28. Teorema de representación de Riesz.

VI. ESPACIOS $L^p(\Omega)$

29. Espacios $L^p(\Omega)$, $1 \leq p < \infty$. Desigualdad de Hölder.
30. Espacio $L^\infty(\Omega)$.
31. Espacio dual de $L^p(\Omega)$, $1 \leq p < \infty$.

Fernando Galaz Fontes
Julio 10, 2022