Agosto-Diciembre 2015

Temas selectos de análisis (funcional) 3

La primera parte de este curso se desarrolla en el contexto de espacios de Hilbert, donde estudiaremos los operadores autoadjuntos y los operadores normales. Como puntos fundamentales estableceremos la representación espectral de un operador compacto autoadjunto y, más generalmente, la de un operador autoadjunto.

Representaremos después el espacio dual de un espacio L^p y de $C[a, b]$.

Por último, analizaremos varios resultados de interés relativos a las topologías débil en un espacio normado y débil-$*$ en su espacio dual.

TEMARIO

I. OPERADORES AUTOADJUNTOS
1.5. Operador adjunto. Propiedades básicas. Álgebra C^*.
3. Operador autoadjunto. Partes real e imaginaria de un operador lineal acotado. Proyección ortogonal. Formas sesquilineal y cuadrática. Fórmula de polarización. Espectro.
4.5. Operador normal. Rango numérico, radio numérico. Igualdad del radio espectral y la norma de un operador normal.
6. Teorema espectral para un operador compacto autoadjunto.
7. Cálculo funcional de un operador autoadjunto.
8. Aplicación al problema del subespacio invariante.
9. Operador positivo. Raíz cuadrada.
10. Representación polar de un operador lineal acotado.

II. TMA. ESPECTRAL PARA UN OPERADOR AUTOADJUNTO
11. Extensión del cálculo funcional.
12. Resolución de la identidad.
13. Teorema espectral para un operador autoadjunto.
14. Caracterización del espectro.
15. Ideal de operadores compactos en un espacio de Hilbert.

III. REPRESENTACIÓN DE ESPACIOS DUALES
17. Teorema de Radón-Nikodym.
19. Espacio dual de $L^p(\Omega)$, $1 \leq p \leq \infty$.
21. Funciones de variación acotada.
22. Espacio dual de $C[a, b]$.

IV. TOPOLOGÍA DEFINIDA POR SEMINORMAS

23. Espacio vectorial topológico.
24. Espacio vectorial topológico localmente convexo. Funcional de Minkowski.
26. Teorema de Hahn-Banach en espacios vectoriales localmente convexos. Teoremas de separación.

27.5. Topología débil. Equivalencia entre reflexividad y compacidad de la bola unitaria en la topología débil.

28.5. Igualdad de la convergencia débil y la convergencia en norma en ℓ^1.

30. Topología débil$-*$. Compacidad de la bola B_{X^*} bajo la topología débil$-*$.
31. Separabilidad de X y metrizabilidad bajo la topología débil$-*$.
32. Separabilidad de X^* y metrizabilidad bajo la topología débil.

BIBLIOGRAFIA

1. F. Galaz Fontes, *Elementos de análisis funcional.* CIMAT, México, 2006.
2. H. Fetter y B. Gamboa, *Introducción al análisis funcional y a la geometría de espacios de Banach.* CIMAT, 2008.
3. A. Kolmogorov and S. Fomín, *Introductory real analysis.* Prentice- Hall, Englewood Cliffs N.J., 1970.
4. J. A. Canavati, *Introducción al análisis funcional.* Fondo de Cultura Económica, 1998.
5. S. Lang, *Real analysis.* Addison-Wesley, Reading Mass., 1983.
6. F. Riesz and B. Sz Nagy, *Functional analysis.* Frederick Ungar, New York, 1958.
7. W. Rudin, *Functional analysis.* McGraw-Hill, 1991.
8. W. Rudin, *Real and complex analysis.* McGraw-Hill, New Delhi, 1978.

FGF

Agosto 7, 2015