## ANÁLISIS I: TAREA 1

1. Sea $f : D \to B$. Prueba:

i) Si $E$ es cualquier conjunto, entonces $f(f^{-1}(E)) \subseteq E$.

ii) Si $A \subseteq D$, entonces $A \subseteq f^{-1}(f(A))$.

2. Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ funciones. Si $g \circ f$ es una biyección, ¿son $f$ y $g$ biyecciones? Justifica tu respuesta.

A continuación $a, b, c, d, x \in \mathbb{R}$. En cada caso prueba lo indicado.

3. Definamos $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ por $f(x) := ax + b$. Si $a \neq 0$, prueba que $f$ es una biyección y encuentra $f^{-1}$.

4. i) $(-a)b = -ab$.

ii) $(-a)(-b) = ab$.

5. Si $a \neq 0$, entonces $(a^{-1})^{-1} = a$.

6. La ecuación $x^2 = a$ tiene a lo más dos soluciones.

7. Sea $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervalo. Si $x, y \in I$ y $x < t < y$, entonces $t \in I$.

8. Señala la forma que toman dos desigualdades probadas en las notas, al considerar '$\leq$' en lugar de '$<$'.

9. Si $a < b$ y $c \leq d$, entonces $a + c < b + d$.

10. Si $b \leq a + \epsilon$ para cada $\epsilon > 0$, entonces $b \leq a$.

11. $a > 0$ si, y sólo si, $a^{-1} > 0$.

12. Si $1 \leq b \leq a$, entonces $b(a + 1 - b) \geq a$.

Para entregarse el miércoles 26 de agosto, 2020