

Enero-Junio 2017

## ANÁLISIS II

### TEMARIO

0 (Semestre pasado)

1. Conexidad. Teorema del valor intermedio.
2. Límite de funciones.

#### I. DERIVACIÓN EN $\mathbb{R}$

3. Derivabilidad y continuidad. Derivación y operaciones algebraicas con funciones.
4. La derivada como aproximación lineal. Regla de la cadena.
5. Teorema del valor medio.
- 5.5. Relación con convergencia uniforme.
- 7.5. Funciones exponencial, coseno, seno, logaritmo y potencias.
9. Derivadas de orden superior. Segunda derivada y convexidad.
10. Teorema de Taylor. Series de Taylor.

#### II. PROPIEDADES BÁSICAS DE $\mathbb{R}^n$

11. Estructura de espacio vectorial.
12. Producto escalar. Desigualdad de Schwarz. Norma euclidiana.
13. Espacio normado. Norma  $\|\cdot\|_\infty$  en  $\mathbb{R}^n$ . Métrica inducida.
14. Relación entre  $\|\cdot\|_1$  y  $\|\cdot\|_\infty$ . Rectángulo abierto. Criterio de convergencia por componentes. Propiedad de Bolzano-Weierstrass.

#### III. $\mathbb{R}^n$ COMO ESPACIO NORMADO

15. Ejemplos de espacios normados:  $\ell^2$  y  $B(D)$ .
16. Continuidad de la norma. Convexidad de la bola unitaria cerrada. Traslaciones y dilataciones.
17. Operaciones algebraicas y convergencia. Series convergentes. Operaciones algebraicas y límites.
18. Continuidad. Criterio por componentes en  $\mathbb{R}^n$ . Polinomios y funciones racionales en  $n$ -variables. Operador lineal definido en  $\mathbb{R}^n$ .
19. Completez. Criterio de Cauchy para convergencia uniforme. Espacios de Banach. Series absolutamente convergentes. Ejemplos:  $\mathbb{R}^n$ ,  $\ell^2$  y  $B(D)$ . Convergencia uniforme y convergencia en  $B(D)$ .

20. Frontera, densidad. Densidad de  $\mathbb{Q}^n$  en  $\mathbb{R}^n$ . Descomposición de un abierto como unión numerable de rectángulos abiertos.
21. Compacidad.
22. Conjunto de Cantor.
23. Continuidad de la inversa de una biyección definida en un compacto. Equivalencia de las normas en  $\mathbb{R}^n$ .
24. Conexidad. Conjuntos arco-conexos.

#### IV. DERIVACIÓN EN $\mathbb{R}^n$

25. Definición. Derivabilidad y continuidad. Derivación por componentes. Matriz jacobiana.
26. Derivación y operaciones algebraicas. Criterio para derivabilidad. Regla de la cadena.
28. Teorema de la función inversa.
29. Teorema de la función implícita.
30. Teorema del rango.

#### V. ESPACIO DE FUNCIONES CONTINUAS EN UN COMPACTO

- 30.5. Espacio de funciones continuas en un compacto.
- 31.5. Teorema de aproximación de Weierstrass.
- 32.5. Compacidad en  $C(K)$ : Teorema de Arzelá-Ascoli.
34. Teorema de contracción de Banach. Aplicación a ecuaciones diferenciales.

#### BIBLIOGRAFIA

1. T. Apostol, *Mathematical Analysis*. Addison-Wesley, 1957.
2. F. Galaz Fontes, *Una introducción al Análisis*. Notas de Clase, CIMAT, México, 1993.
3. S. Lang, *Analysis I*. Addison-Wesley, 1968.
4. J. Marsden, *Elementary classical analysis*. Freeman, San Francisco.
5. W. Rudin, *Principles of mathematical analysis*. 3a. Ed., Mc-Graw-Hill, 1976.
6. K. Stromberg, *An introduction to classical real analysis*. Wadsworth Inc., Belmont, California, 1981.