Ecuaciones Diferenciales Ordinarias I

Tarea 6

1. Sea V un espacio vectorial y $v_1, v_2, \ldots v_n \in V$. Si $v_1, v_2, \ldots v_n$ son linealmente independientes y $c_1, \ldots, c_n \neq 0$, prueba que $c_1 v_1, c_2 v_2, \ldots c_n v_n$ también son linealmente independientes.

2. Calcula la función $L[f]$, siendo L el operador integral definido en el ejercicio 5.4 y $f(t) = t$.

3. Sea $r \in \mathbb{R}$. Prueba que e^{rt} y te^{rt} son funciones linealmente independientes.

4. Considera la ecuación diferencial

$$ay'' + by' + cy = e^{pt}, \quad a, b, c, p \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

i) Si p no es solución de su ecuación característica, prueba que (1) tiene una solución particular de la forma $y(t) = Ke^{pt}$. ii) Si p es solución de su ecuación característica, prueba que ninguna solución de (1) es de esa forma.

5. Considera la ecuación diferencial

$$y'' + a_1(t)y' + a_0(t)y = 0, \; a_0, \; a_1 : I \to \mathbb{R}. \tag{2}$$

Si y_1 y y_2 son soluciones de (2) que se anulan en un mismo punto $t_0 \in I$, prueba que y_1, y_2 no forman un conjunto fundamental.

6. Resuelve el problema $y'' = y, \; y(0) = 0, y'(1) = 0$.

7. Resuelve la ecuación $(3 - i)z + (1 - 2i) = -1 + i$.

8. Define el concepto correspondiente al wronskiano, pero ahora para tres funciones con segunda derivada continua.

9. Resuelve la ecuación $6r^3 - 13r^2 + 8r - 1 = 0$. (Sug.: busca una raíz al tanteo.)

Para entregarse el miércoles 28 de febrero, 2007.