Ecuaciones Diferenciales Ordinarias I

Tarea 7

1. Resuelve el problema $\dfrac{dp}{dt} = a(p - p^2),\ p(t_0) = p_0\ (a > 0,\ 0 < p_0 < 1,)$.

2. Si a_1, a_2 y a_3 son distintos entre sí, prueba que las funciones $e^{a_1 t}, e^{a_2} t$ y $e^{a_3 t}$ son linealmente independientes.

3. Encuentra la solución general de la ecuación diferencial $y''' - 4y' = 0$.

4. Resuelve la ecuación diferencial $6y'' - 7y' + y = t + 1$. (Sug.: para encontrar una solución particular, considera el ejercicio 4.6.)

5. A una ecuación diferencial de la forma $t^2 y'' + \alpha t y' + \beta y = 0$ se le llama *ecuación de Euler*. Verifica que ésta tiene soluciones de la forma $y = t^r$.

6. Resuelve el sistema de ecuaciones $\begin{array}{lcl} (1+i)z - w & = & 2 \\ 3z + iw & = & 1 - i \end{array}$.

Definición Si $r = a + bi,\ a, b \in \mathbb{R}$, y $t > 0$, definimos $t^r \equiv e^{r \ln t}$.

7. Sea $r = a + bi,\ a, b \in \mathbb{R}$ y considera $f(t) = t^r,\ \forall\, t > 0$. i) Encuentra las partes real e imaginaria de f. ii) Verifica que $\frac{d}{dt} t^r = r t^{r-1}$.

8. Encuentra la solución general de la ecuación diferencial $y'' + y' + y = e^{2t}$. (Sug.: considera el ejercicio 6.4)

9. Resuelve el problema con condiciones iniciales

$$9y'' - 12y' + 4y = 0, y(\pi) = 0, y'(\pi) = 2.$$

10. Sea $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$ un polinomio con coeficientes reales. Si $z \in \mathbb{C}$ es una raíz de P (es decir, $P(z) = 0$), prueba que $\overline{z}$ también es raíz.

Para entregarse el miércoles 7 de marzo, 2007

Examen Parcial 2: viernes 9 de marzo