ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES: TAREA 7

Cuando corresponda, prueba lo senãlado. Si no se indica otra cosa, $U \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto abierto no-vacío.

1. Sea A una matriz $n \times n$ Entonces $\operatorname{tr} A = \operatorname{tr} B$, donde B es la parte simétrica de A.

2. Sea A una matriz $n \times n$ y $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ su correspondiente campo lineal. Entonces F es un campo gradiente si, y sólo si, A es simétrica.

3. Si $A \subset \mathbb{R}^n$, $B \subset \mathbb{R}$ es un intervalo y $m_n(A) = 0$, entonces $m_{n+1}(A \times B) = 0$.

4. Si F es un campo de clase C^1 en $\mathbb{R}^n$ y $\mathrm{sop} F$ es compacto, entonces $\int_{\mathbb{R}^n} \mathrm{div} F dx = 0$. (Nota que esto se puede interpretar como el 'teorema de la divergencia' en $\mathbb{R}^n$ para esta clase de campos F.)

5. Sean Ψ la función que define las coordenadas esféricas, $U = \{(r, \theta_1, \theta_2) : r > 0,\ 0 < \theta_1 < \pi,\ -\pi < \theta_2 < \pi\}$ y $W\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \neq 0 \text{ o } y > 0\}$. Entonces $\Psi : U \to W$ es una biyección de clase C^1.

6. Determina para que valores de $s \in \mathbb{R}$ la función $f(x) = \dfrac{1}{(1 + \|x\|)^s}$ es integrable en $\mathbb{R}^n$.

7. $V(1) < V(2) < V(3) < V(4) < V(5)$ y $V(n+1) < V(n),\ \forall\, n \geq 5$.

8. Si la temperatura en un punto (x, y, z) es $u(x, y, z) := 3x^2 + z^2$, Calcula el flujo de calor a través de la superficie determinada por las condiciones $x^2 + z^2 = 2,\ 0 \leq y \leq 2$ y $x^2 + z^2 \leq 2, y = 0, 2$.

9. Si $f \in C_c(U)$, entonces f es uniformemente continua.

10. $\lim_{r \to 0^+} r \ln r = 0$.

11. Sean V y W espacios vectoriales. Si $T : V \to W$ es un isomorfismo (lineal), entonces $T^{-1} : W \to V$ es lineal.

Para revisar y entregarse el lunes 24 de septiembre, 2018