ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES: TAREA 15

Cuando corresponda, prueba lo senãlado. Si no se indica otra cosa, $U \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto abierto no-vacío.

1. Si $u, v : U \to \mathbb{R}$ son funciones de clase C^2 y $F : U \to \mathbb{R}^n$ es un campo de clase C^1, entonces $\Delta(uv) = u\Delta v + v\Delta u + 2\langle \nabla u, \nabla v \rangle$.

2.. Si $n \geq 2$, entonces $\int_0^\infty \dfrac{r^{n-2}}{(1+r^2)^{\frac{n}{2}}} dr = \dfrac{A(n)}{2A(n-1)}$.

Definición Dada una función continua $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ su *sucesión de coeficientes de Fourier* es $\{a_n : n \in \mathbb{Z}\}$, donde

$$a_n := \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, & n \in -\mathbb{N}, \\ \frac{1}{2\pi}, & n = 0, \\ \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen} nx dx, & n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

3. Si $f \in C([-\pi, \pi])$, sea $\{a_n(f)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ su sucesión de coeficientes de Fourier.

i) $\{a_n(f)_{n \in \mathbb{Z}}$ es acotada.

Denotemos por ℓ^∞ el espacio vectorial formado por las sucesiones $\{a_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ que son acotadas y dotado de la norma del supremo.

ii) $T : C([-\pi, \pi]) \to \ell^\infty$ es un operador lineal acotado.