

Semestre Enero-Junio 2010
INTEGRAL DE BOCHNER

DESCRIPCIÓN

En la integral de Lebesgue $\int_E f(x)d\lambda$ se trabaja con funciones medibles f que toman valores en \mathbb{K} ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ o $\mathbb{K} = \mathbb{C}$), y λ es la medida de Lebesgue. En este curso la generalizaremos en dos direcciones. Por un lado, en lugar de \mathbb{K} consideraremos un espacio de Banach X . Por otro, en lugar de λ consideraremos una medida escalar que ya no es necesariamente positiva.

TEMARIO

I. σ -ÁLGEBRAS Y FUNCIONES MEDIBLES

σ -álgebra, anillo y álgebra de conjuntos. Funciones medibles. Funciones escalonadas.

II. MEDIDAS POSITIVAS

Medida positiva. Propiedades básicas.

III. INTEGRAL DE BOCHNER

Funciones μ -medibles. Construcción de la integral y propiedades básicas.

IV CONSTRUCCIÓN DE MEDIDAS POSITIVAS

Proceso de extensión de Carathéodory. Medida inducida por una función monótona creciente. Medida producto.

V. INTEGRACION CON RESPECTO A UNA MEDIDA ESCALAR

Medida con signo. Descomposiciones de Hahn y de Jordan. Medida escalar. Variación. Espacio de medidas. Teorema de Descomposición de Lebesgue. Medida vectorial.

VI. ESPACIOS L^p

$$(L^p)^* = L^q, 1 \leq p < \infty.$$

BIBLIOGRAFIA

1. S. Lang, *Real analysis*. Addison-Wesley, Reading Mass., 1983.
2. H. Royden, *Real analysis*, Macmillan Publishing Co., New York, 1968.
3. W. Rudin, *Real and complex analysis*. McGraw-Hill, New Delhi, 1978.

Fernando Galaz Fontes
Enero 26, 2010