

# MEDIDA E INTEGRAL DE LEBESGUE EN $\mathbb{R}^n$

(Temas Selectos de Análisis)

## TEMARIO

### I. MEDIDA DE LEBESGUE EN $\mathbb{R}$

- 0.5. Introducción.
- 1.5 Medida exterior.
- 3.5 Conjuntos medibles.  $\sigma$ -álgebra. Medida de Lebesgue.
- 5. Conjuntos de medida cero. El conjunto de Cantor.
- 5.5. Invarianza bajo traslaciones.
- 6.5. Un conjunto no-medible.
- 7.5. La  $\sigma$ -álgebra de Borel. Aproximación por abiertos o cerrados.
- 9. Funciones medibles. Propiedades y ejemplos.
- 10. Límite de funciones medibles.

### II. INTEGRAL DE LEBESGUE EN $\mathbb{R}$

- 11.5. Integral de funciones simples no-negativas. Propiedades.
- 13. Integral de funciones medibles no-negativas. Propiedades.
- 14.5. La integral en el caso general. Monotonía, linealidad,  $\sigma$ -aditividad, desigualdad del triángulo.
- 16. Teorema de convergencia monótona, lema de Fatou.
- 17. Teorema de convergencia dominada.
- 18. Relación con la integral de Riemann.
- 19. Relación con integrales impropias.
- 20. Motivación de la teoría de la medida.

### III. MEDIDA DE LEBESGUE EN $\mathbb{R}^n$

- 21. Medida de un rectángulo acotado.
- 22. Medida exterior inducida.
- 23. Conjuntos medibles. Medida de Lebesgue.
- 24.5. Funciones medibles. Propiedades.
- 25.5. La  $\sigma$ -álgebra de Borel. Aproximación por abiertos o cerrados.
- 26.5 Comportamiento bajo una transformación lineal.

#### IV. INTEGRAL DE LEBESGUE EN $\mathbb{R}^n$

27. Definición.
28. Propiedades generales.
29. Teorema de Tonelli.
30. Teorema de Fubini.

#### V. EL ESPACIO DE FUNCIONES INTEGRABLES

31. Los espacios  $\mathcal{L}^1(E)$  y  $L^1(E)$ .
32. Continuidad absoluta.

#### BIBLIOGRAFÍA

1. F. Galaz Fontes, *Medida e integral de Lebesgue en  $\mathbb{R}^N$* . Oxford University Press-México, 2002.
2. R. G. Bartle, *The elements of integration and Lebesgue Measure*. J. Wiley & Sons, New York, 1995.
3. A. Kolmogorov and S. Fomin, *Introductory real analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs N. J., 1970.
4. H. Royden, *Real analysis*. McMillan Pub. Co., New York, 1968.

Fernando Galaz Fontes  
Agosto 7, 2012