

MEDIDA E INTEGRAL DE LEBESGUE EN \mathbb{R}^n

(Temas Selectos de Análisis)

TEMARIO

I. MEDIDA DE LEBESGUE EN \mathbb{R}

1. Motivación.
2. σ -álgebra, álgebra y anillo de conjuntos.
- 3.5 Medida exterior. Coincide con la longitud en intervalos.
- 4.5 Conjuntos medibles. Medida de Lebesgue. Medibilidad de un abierto.
- 5.5 Conjuntos de medida cero. El conjunto de Cantor.
6. Invariancia bajo traslaciones.
7. Un conjunto no-medible.
8. La σ -álgebra de Borel. Aproximación por abiertos o cerrados.

II. FUNCIONES MEDIBLES

- 9.5. Funciones medibles. Propiedades y ejemplos.
11. Operaciones con funciones medibles.
12. Límite de funciones medibles.

III. INTEGRAL DE LEBESGUE

13. Integral de funciones simples no-negativas. Propiedades.
15. Integral de funciones medibles no-negativas. Propiedades.
- 16.5. Teorema de convergencia monótona. Aproximación de una función medible por funciones simples.
18. La integral en el caso general. Monotonía, linealidad, σ -aditividad, desigualdad del triángulo.
19. Lema de Fatou y teorema de convergencia dominada.

IV. INTEGRAL DE LEBESGUE EN \mathbb{R}

20. Relación con la integral de Riemann.
21. Unos ejemplos.
22. Relación con integrales impropias de Riemann.

V. MEDIDA DE LEBESGUE EN \mathbb{R}^n

- 23. Medida de un rectángulo acotado. Medida exterior inducida.
- 24. Conjuntos medibles. Medida de Lebesgue. Medibilidad de un rectángulo.
- 25. Medibilidad de los conjuntos abiertos. La σ -álgebra de Borel en \mathbb{R}^n .
Aproximación por abiertos o cerrados.
- 25.5. Invariancia bajo traslaciones.
- 26.5. Funciones de Lipschitz, preservación de conjuntos medibles.
- 27.5. Comportamiento bajo transformaciones lineales.

VI. INTEGRAL DE LEBESGUE EN \mathbb{R}^n

- 28. Invariancia bajo traslaciones.
- 29. Comportamiento bajo transformaciones lineales.
- 31. Teoremas de Tonelli y de Fubini.
- 32. Teorema de cambio de variable.

BIBLIOGRAFÍA

- 1. F. Galaz Fontes, *Medida e integral de Lebesgue en \mathbb{R}^N* . Oxford University Press-México, 2002.
- 2. R. G. Bartle, *The elements of integration and Lebesgue Measure*. J. Wiley & Sons, New York, 1995.
- 3. A. Kolmogorov and S. Fomin, *Introductory real analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs N. J., 1970.
- 4. H. Royden, *Real analysis*. McMillan Pub. Co., New York, 1968.

Fernando Galaz Fontes
Julio 31, 2017