# PROPEDÉUTICO DE ANÁLISIS: TAREA 1

1. Supongamos que $E$ es un conjunto y $\{A_\alpha : \alpha \in I\}$ es una colección de subconjuntos de $E$. Prueba que
$(\cup_{\alpha\in I} A_\alpha)^c = \cap_{\alpha\in I} A_\alpha^c$. En particular, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$, si $A, B \subset E$.

**Definición.** Dado $x := (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, definamos $\|x\| := \sum_{j=1}^n |x_j|$.
2. Prueba que $\|\cdot\|_1$ es una norma en $\mathbb{R}^n$.

3. Si $V \subset \mathbb{R}^n$ es un subespacio vectorial y $V^0 \neq \emptyset$, prueba que $V = \mathbb{R}^n$.

4. Muestra que en un espacio métrico la intersección de una colección de conjuntos abiertos puede no ser un conjunto abierto.

**Definición.** Sea $M$ un espacio métrico. Un punto $p \in M$ es *punto frontera* de $A \subset M$, si para cada $r > 0$ se cumple que $V_r(p) \cap A \neq \emptyset$ y $V_r(p) \cap A^c \neq \emptyset$. Al conjunto formado por estos puntos lo llamaremos *frontera de* $A$ y se denotará por $\mathrm{Fr}A$.
5. Prueba que $\mathrm{Fr}A = \mathrm{Fr}A^c, \quad \forall\, A \subset M$.

Para entregarse el martes 21 de junio, 2016