PROPEDÉUTICO DE ANÁLISIS: TAREA 3

1. Si $U \subset \mathbb{R}^n$ y $V \subset \mathbb{R}^m$ son abiertos, prueba que $U \times W \subset \mathbb{R}^{n+m}$ es abierto.

2. Sea $\{x_n\} \subset M$ una sucesión y $x \in M$.
Si $x_n \to x$, prueba que $\{x_n\} \cup \{x\}$ es un conjunto cerrado.
ii) Es cierta la afirmación recíproca a i)?

3. Consideremos un conjunto no-vacío $A \subset \mathbb{R}$. Prueba que existen sucesiones $\{x_n\}, \{y_n\} \subset A$ tales que $x_n \to \text{ínf}\, A, \quad y_n \to \sup A$.

4. Sean X un espacio normado, $\{x_n\}, \{y_n\} \subset X,\ \{\lambda_n\} \subset I\!K$, y $x, y \in X, \lambda \in I\!K$.
i) Si $x_n \to x$ y $y_n \to y$, prueba que $x_n + y_n \to x + y$.
ii) Si $x_n \to x$ y $\lambda_n \to \lambda$, prueba que $\lambda_n x_n \to \lambda x$.

5. Si $A \subset \mathbb{R}$ es un conjunto cerrado y contiene a todos los números irracionales en $[0, 1]$, prueba que $[0, 1] \subset A$.

Para entregarse el jueves 23 de junio, 2016