

Semestre enero-junio 2020

Teoría de la medida

TEMARIO

I. FUNCIONES MEDIBLES

1. σ -álgebra, álgebra y anillo.
2. σ -álgebra de Borel.
3. Funciones medibles. Propiedades y ejemplos.
4. Operaciones algebraicas y composición con funciones medibles.
5. Partes positiva y negativa de una función.
6. Límite de funciones medibles.
7. Funciones simples. Aproximación por funciones simples.

II. MEDIDA

8. Medida. Propiedades.
9. Conjuntos de medida cero. Medida completa. Propiedades válidas μ -c.t.p.
10. Teorema de Egorov.
11. Medida exterior. Medida inducida por una medida exterior.
12. Medida exterior inducida por una colección de conjuntos.
13. Extensión de una premedida.
14. Medida de Lebesgue en \mathbb{R} . Medida σ -finita.

III. INTEGRAL

15. Integral de funciones simples no-negativas. Propiedades.
16. Integral de funciones medibles no-negativas. Propiedades.
17. La integral como medida.
18. Teorema de convergencia monótona y lema de Fatou.
19. La integral en el caso general: Desigualdad del triángulo, linealidad, monotonía, σ -aditividad.
20. Teorema de convergencia dominada.

IV. MEDIDA DE LEBESGUE EN \mathbb{R}^n

21. Semianillo formado por los rectángulos acotados. Medida de un rectángulo acotado. Medida exterior de Lebesgue.
22. Conjuntos Lebesgue-medibles. Medida de Lebesgue.
23. Medibilidad de un conjunto abierto. La σ -álgebra de Borel en \mathbb{R}^n . Aproximación por abiertos o cerrados.
24. Invariancia bajo traslaciones.
25. Comportamiento bajo funciones de Lipschitz y funciones localmente de Lipschitz.
26. Comportamiento bajo transformaciones lineales.

V. INTEGRAL DE LEBESGUE EN \mathbb{R}^n

27. Relación con la integral de Riemann.
28. Unos ejemplos.
29. Comportamiento bajo traslaciones y transformaciones lineales.
30. Teoremas de Tonelli y de Fubini.
31. Medida producto y medida producto en \mathbb{R}^n .
32. Convolución.
33. Teorema de cambio de variable.

BIBLIOGRAFÍA

1. F. Galaz Fontes, *Medida e integral de Lebesgue en \mathbb{R}^N* . Oxford University Press-México, 2002.
2. R. G. Bartle, *The elements of integration and Lebesgue Measure*. J. Wiley & Sons, New York, 1995.
3. C. Isnard, *Introdução à medida e integração*. IMPA, Río de Janeiro, 2007.
4. A. Kolmogorov and S. Fomin, *Introductory real analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs N. J., 1970.
5. H. Royden, *Real analysis*. McMillan Pub. Co., New York, 1968.

Fernando Galaz Fontes
Enero 20, 2020