

# ANÁLISIS FUNCIONAL

(Temas Selectos)

## TEMARIO

### I. Preliminares

Espacios de Banach. Ejemplos fundamentales:  $C(K)$ ,  $L^p(\Omega)$ . Continuidad. Isomorfismos. Tma. del mapeo abierto. Espacio de operadores lineales acotados  $B(X, Y)$ . Espacio dual. Tma. de Hahn-Banach. Desigualdad de Hölder. Espacio dual de  $L^p$ . Espacios de Hilbert. Tma. de representación de Riesz. Complemento ortogonal. Tma. de Stone-Weierstrass. Densidad de  $C_c(\Omega)$  en  $L^p(\Omega)$ , siendo  $\Omega$  localmente compacto. Separabilidad. Completación de un espacio normado.

Propiedades particulares de la integral de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$ . Convolución. Densidad de  $C_c^\infty$  en  $L^p(\Omega)$ , siendo  $\Omega$  abierto en  $\mathbb{R}^n$ .

### II. Espacios Vectoriales Topológicos y Operadores

Definición. Seminormas. Ejemplos. Espacio de Frechet. Espacios de Sobolev. Topología débil. Topología débil-\*. Tma. de Alaoglu. Ejemplos. Operadores de traslación. Operadores diferenciales. Ejemplos. Operador adjunto. Ejemplos. Operadores autoadjuntos. Topologías en  $B(X, Y)$ . Grupos de operadores. Grupo topológico. Acción de un grupo. Representación de un grupo.

### III. Convexidad y teoremas de punto fijo

Tma. de punto fijo de Markov-Kakutani. Convexidad. Medida de Haar. Grupos unimodulares. Representaciones. Tma. de Krein-Milman. Medidas ergódicas.

### IV. Operadores compactos

Definición. Propiedades básicas. Ejemplos. Operadores de Hilbert-Schmidt. Propiedades básicas. Tma. espectral para operadores compactos. Operadores Normales. Tma. de Peter-Weyl.

### V. Teoría espectral

Espectro de un operador. Espectro de operadores autoadjuntos y de operadores unitarios. Propiedades básicas del espectro. Funciones holomorfas con valores vectoriales. Radio espectral. Álgebra de Banach. Tma. espectral para operadores autoadjuntos. Algebra  $C^*$ . Teoría de Gelfand de álgebras  $C^*$  conmutativas. Tma. espectral para operadores normales. Tma. ergódico en promedio.

## Bibliografía

Libro de Texto:

1. R. J. Zimmer, *Essential results of functional analysis*. Chicago Lectures in Math., The University of Chicago Press, Chicago, 1990.

Referencias Auxiliares:

1. J. A. Canavati A., *Introducción al análisis funcional*. Fondo de Cultura Económica, México, 1998.
2. H. Fetter N. y B. Gamboa, *Introducción al análisis funcional y a la geometría de espacios de Banach*. Segunda Ed., CIMAT, México, 2008.
3. F. Galaz Fontes, *Elementos de Análisis Funcional*. CIMAT, México, 2006.
4. F. Galaz Fontes, *Medida e integral de Lebesgue en  $\mathbb{R}^N$* . Oxford University Press-México, 2002.
5. W. Rudin, *Functional analysis*. Second Ed., McGraw-Hill, New York, 1991.
6. W. Rudin, *Real and complex analysis*. Third Ed., McGraw-Hill, New York, 1987.

José A. Canavati A., Fernando Galaz Fontes  
Enero 20, 2009