

# VARIABLE COMPLEJA

## TEMARIO

### I. NÚMEROS COMPLEJOS

- 1.5. Motivación. Propiedades de campo. Conjugado. Módulo.
3. Representación geométrica, forma polar. Interpretación geométrica de las operaciones algebraicas.
5. Raíces enésimas.

### II. SUCESIONES Y SERIES DE NÚMEROS COMPLEJOS

6. Desigualdad del triángulo. Métrica. Sucesiones convergentes.
7. Convergencia y operaciones algebraicas.
8. Criterio de Cauchy. Subsucesiones. Teorema de Bolzano-Weierstrass.
9. Series y su convergencia. Criterio de Cauchy. Ejemplos:  $\sum_{n=1}^{\infty} z^n$  y  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ .  
Convergencia absoluta.

### III CONTINUIDAD Y TOPOLOGÍA

10. Continuidad. Continuidad uniforme, funciones de Lipschitz. Criterio por sucesiones. Operaciones con funciones continuas. Polinomios.  
Funciones racionales.
11. Conjuntos abiertos y conjuntos cerrados en  $\mathbb{C}$ . Relación con continuidad.
12. Compacidad. Continuidad y compacidad. Tma. fundamental del álgebra.
13. Conexidad. Continuidad y conexidad.
14. Límite de una función.

### IV. FUNCIONES HOLOMORFAS

16. Definición. Fórmulas de derivación.
17. Ecuaciones de Cauchy-Riemann.
18. Curvas derivables.
19. Unas consecuencias de la derivabilidad.

### SERIES DE POTENCIAS

21. Sucesiones y series de funciones. Convergencia puntual. Convergencia uniforme. Relación con continuidad. Convergencia uniforme en compactos y continuidad.
22. Series de potencias. Radio de convergencia. Continuidad. Derivación término a término de una serie de potencias.

## VI. INTEGRACIÓN

23. Curvas y parametrizaciones.
24. Curvas rectificables. Longitud. Curvas de clase  $C^1$  por pedazos.
25. Integral de Cauchy.

## VII. TEOREMA DE CAUCHY Y SUS CONSECUENCIAS

26. Índice respecto a una curva cerrada de clase  $C^1$  por pedazos.
27. Teorema de Cauchy.
28. Representación integral de Cauchy.  
Representación local de una función holomorfa como serie de potencias.
29. Principio del módulo máximo. Teorema de Liouville. Teorema de Morera.
30. Cero, singularidad removible, polo, singularidad esencial.
31. Series de Laurent.
32. Cálculo de residuos.

## BIBLIOGRAFIA

1. Notas de clase.
2. L. V. Ahlfors, *Complex analysis*. 3rd Ed., McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 1981.
3. K. Knopp, *Theory of functions*. Dover, 1947.
4. J. E. Marsden and M. J. Hoffman, *Basic complex analysis*. 3rd. Ed., W.H. Freeman, New York, 1999.
5. W. Rudin, *Principles of mathematical analysis*. 3rd. Ed., McGraw-Hill, New York, 1976.
6. W. Rudin, *Real and complex analysis*. 3rd. Ed., McGraw-Hill, New York, 1987.

Fernando Galaz Fontes  
Enero 24, 2013