

# VARIABLE COMPLEJA

## TEMARIO

### I. NÚMEROS COMPLEJOS

- 1.5. Motivación. Propiedades de campo. Conjugado. Módulo.
- 3. Representación geométrica, forma polar. Interpretación geométrica de las operaciones algebraicas.
- 5. Raíces enésimas.

### II. SUCESIONES Y SERIES DE NÚMEROS COMPLEJOS

- 6. Desigualdad del triángulo. Métrica. Sucesiones convergentes.
- 7. Convergencia y operaciones algebraicas.
- 8. Criterio de Cauchy. Subsucesiones. Teorema de Bolzano-Weierstrass.
- 9. Series y su convergencia. Criterio de Cauchy. Ejemplos:  $\sum_{n=1}^{\infty} z^n$  y  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ . Convergencia absoluta.

### III CONTINUIDAD Y TOPOLOGÍA

- 10. Continuidad. Continuidad uniforme, funciones de Lipschitz. Criterio por sucesiones. Operaciones con funciones continuas. Polinomios. Funciones racionales.
- 11. Conjuntos abiertos y conjuntos cerrados en  $\mathbb{C}$ . Relación con continuidad.
- 12. Compacidad. Continuidad y compacidad. Tma. fundamental del álgebra.
- 13. Conexidad. Continuidad y conexidad.
- 14. Límite de una función.

### IV. FUNCIONES HOLOMORFAS

- 16. Definición. Fórmulas de derivación.
- 17. Ecuaciones de Cauchy-Riemann.
- 18. Curvas derivables.
- 19. Unas consecuencias de la derivabilidad.

### SERIES DE POTENCIAS

- 21. Sucesiones y series de funciones. Convergencia puntual. Convergencia uniforme. Relación con continuidad. Convergencia uniforme en compactos y continuidad.
- 22. Series de potencias. Radio de convergencia. Continuidad. Derivación término a término de una serie de potencias.

## VI. INTEGRACIÓN

- 23. Curvas y parametrizaciones.
- 24. Curvas rectificables. Longitud. Curvas de clase  $C^1$  por pedazos.
- 25. Integral de Cauchy.

## VII. TEOREMA DE CAUCHY Y SUS CONSECUENCIAS

- 26. Índice respecto a una curva cerrada de clase  $C^1$  por pedazos.
- 27. Teorema de Cauchy.
- 28. Representación integral de Cauchy.  
Representación local de una función holomorfa como serie de potencias.
- 29. Principio del módulo máximo. Teorema de Liouville. Teorema de Morera.
- 30. Cero, singularidad removible, polo, singularidad esencial.
- 31. Series de Laurent.
- 32. Cálculo de residuos.

## BIBLIOGRAFIA

- 1. Notas de clase.
- 2. L. V. Ahlfors, *Complex analysis*. 3rd Ed., McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 1981.
- 3. K. Knopp, *Theory of functions*. Dover, 1947.
- 4. J. E. Marsden and M. J. Hoffman, *Basic complex analysis*. 3rd. Ed., W.H. Freeman, New York, 1999.
- 5. W. Rudin, *Principles of mathematical analysis*. 3rd. Ed., McGraw-Hill, New York, 1976.
- 6. W. Rudin, *Real and complex analysis*. 3rd. Ed., McGraw-Hill, New York, 1987.

Fernando Galaz Fontes  
Enero 24, 2013