

VARIABLE COMPLEJA: EXAMEN PARCIAL 2

Sólo hay que resolver 6 de los 7 ejercicios

Duración: 2 horas

(Desarrolla primero los ejercicios que consideres más accesibles)

1. Sea $P(z) = (1 + 3i) - (2 + 3i)z$, $\forall z \in \mathbb{C}$. Encuentra z tal que $|z - 1| < \frac{1}{2}$ y $|P(z)| > 1$.
2. Si $P : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ es un polinomio que no es constante, prueba que P es suprayectivo.
3. Prueba que la función módulo $|\cdot| : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ preserva conjuntos cerrados.
4. Si $a = \frac{1}{2}$ y $W := \{z \in \mathbb{C} : 4(\operatorname{Re} z)^2 + (\operatorname{Im} z)^2 < 4\}$, encuentra $\operatorname{dist}(a, \operatorname{Fr}W)$.
5. Prueba que la función f definida por $f(z) = z\bar{z}$, $\forall z \in \mathbb{C}$, es derivable únicamente en $z = 0$.
6. Si $\{c_n\} \subseteq \mathbb{C}$ es una sucesión tal que $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ converge, prueba que el radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} c_n z^n$ es mayor o igual que 1.

Mayo 6, 2022