Algebra Superior, 28.10.99

Tarea núm. 11

Para entregar el 4 de nov. 99

1. Encontrar los últimos 3 dígitos de 3^{25000}, 7^{1610} y 9^{9999}.

   (Sugerencia: calcular $\phi(1000)$.)

2. En un mazo de cartas hay 52 cartas, númeradas $1, 2, 3, \ldots, 52$. Un *barajeo perfecto* coloca las cartas en el orden $27, 1, 28, 2, \ldots, 52, 26$ (entrelazando una mitad del mazo con la otra).

   (a) Demouestra que despues de suficiente número de barajeos perfectos las cartas regresan a su orden original.

   (b) Encuentre el mínimo número de barajeos perfectos para que esto suceda.

   (Sugerencia: sea $C = \{1, 2, \ldots, 52\}$ y define $T : C \to C$ de la manera siguiente: $T(k)$ es la posición de la carta k depues de un barajeo perfecto. Por ejemplo $T(27) = 1$. Demuestra que $T(k) \equiv 2k \pmod{53}$. Ahora sea $T^n = T \circ T \circ \ldots \circ T$ (n veces) y demuestra que despues de barajeos perfectos la carta k se encuentra en la posición $T^n(k) \equiv 2^n \cdot k \pmod{53}$.)

3. Resolver los siguientes:

   (a) $68x \equiv 13 \pmod{19}$.

   (b) $2^{691}x \equiv 11 \pmod{9}$.

   (c) $50x \equiv -21 \pmod{33}$.

   (d) $11x \equiv 25 \pmod{12}$.