Algebra Superior, 26.8.99

Tarea num. 4

(para entregar el jueves, 2 sept. 99)

1. (a) Sean A y B dos conjuntos finitos. Demostrar que $\#(A \times B) = (\#A) \cdot (\#B)$.
   (b) Generalizar para el caso del producto cartesiano de n conjuntos finitos.

2. Sean A y B dos conjuntos. Demuestra que $\#B \leq \#A$ si y solo si existe una función suprayectiva $f : A \to B$. (Recuerda nuestra definición: $\#B \leq \#A$ si existe una inyección $B \to A$.)

3. (a) Demostrar que el producto cartesiano de dos conjuntos nuemrables es numerable. (Sugerencia: usar la idea de la demostración de la clase que $\mathbb{Q}$ es numerable.)
   (b) Demostrar que la unión de dos conjuntos numerables es numerable.
   (c) Demostrar que la unión de un número finito de conjuntos numerables es numerable.
   (d) Demostrar que el producto cartesiano de un número finito de conjuntos numerables es numerable.
   (e) Demostrar que la unión de un número numerable de conjuntos numerables es numerable; es decir, si $A_0, A_1, A_2, \ldots$ son conjuntos numerables entonces la unión $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i$ es tambien numerable.
   (f) Demostrar que el conjunto de todos los polinomios $p(x)$ con coeficientes enteros es numerable. (Sugerencia: presentar este conjunto como la unión de una familia numerable de conjuntos numerables.)