

Examen núm. 1 – Teoría de Conjuntos y Lógica

(17 de oct 2002)

Nota: hay que resolver por lo menos dos de los siguientes tres problemas. Si resuelves los tres se calificarán los dos mejores.

1. (a) Dar la definición de cada uno de los siguientes cinco términos: conjunto parcialmente ordenado, conjunto totalmente ordenado, conjunto bien ordenado, cadena en un conjunto parcialmente ordenado, isomorfismo de conjuntos parcialmente ordenados.
(b) Dar el enunciado del Lema de Zorn.
(c) Demostrar, usando el lema de Zorn, que en cualquier conjunto existe un buen-orden.
(d) Decidir si (\mathbb{R}, \leq) y (\mathbb{R}^+, \leq) son isomorfos, donde \leq es el orden usual en \mathbb{R} , y \mathbb{R}^+ es el conjunto de los $x \in \mathbb{R}$ tal que $x > 0$
2. (a) Define: biyección entre conjuntos, conjunto denumerable.
(b) Demuestra que el conjunto de todos los subconjuntos finitos de un conjunto denumerable es denumerable.
(c) Demuestra que el conjunto de todos los subconjuntos de un conjunto denumerable no es denumerable.
3. (a) Define: relación de equivalencia en un conjunto, clase de equivalencia de una relación de equivalencia, partición de un conjunto.
(b) Demuestra que las clases de equivalencia de una relación de equivalencia en un conjunto forman una partición del conjunto.
(c) Demostrar que la relación en \mathbb{R} dada por $R = \{(a, b) \mid a - b \in \mathbb{Q}\}$ es una relación de equivalencia, y que el conjunto de las clases de equivalencia es infinito.