Calculo III, aug-dic 2005.

Tarea num. 5

(Para el 9 sept, 2005)

1. Sea U un abierto en $\mathbb{R}^n$ y $f : U \to \mathbb{R}^m$ una función con derivadas parciales continuas en U. Demuestra que f es diferenciable en cada punto de U.

   Sugerencia: hacer primero el caso $n = 2, m = 1$. Fijas un punto $x = (x_1, x_2) \in U$ y $v = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$ tal que el rectángulo con vertices $(x_1, x_2), (x_1 + v_1, x_2), (x_1, x_2 + v_2), (x_1 + v_1, x_2 + v_2)$ está contenido en U. Usas el teorema de valor medio para obtener x_1^*, x_2^* tal que
   $$x_1 \le x_1^* \le x_1 + v_1, \quad x_2 \le x_2^* \le x_2 + v_2$$
   y
   $$f(x+v) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1^*, x_2 + v_2)v_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2^*)v_2.$$
   Define $E(v)$ como la diferencia entre la última expresión y $\frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2)v_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2)v_2$ y demuestre, usando la continuidad de las derivadas parciales, que $\lim_{v \to 0} E(v)/\|v\| = 0$.

2.
   - Pág. 70 (de los ejercicios 1.5a): 1c.
   - Pag. 85-86 (de los ejercicios 1.6a): 1a, 1b, 3a, 4, 5a.
   - Pág. 86-87 (de los problemas 1.6a): 4a. Opcional: 4b (ver 3b).