

Guia para Examen Final

(Fecha del examen: jueves, 10 dic 2015, 4pm, CIMAT)

Nota: el examen va a consistir en algunos problemas tomados de esta guía.

A. Conjuntos

Considere el conjunto de números $\left\{-2, 4, 6, \frac{1}{2}, \sqrt{7}, \sqrt{3}, 0, \frac{15}{27}, -\frac{1}{5}, 1.47\right\}$. Liste los elementos del conjunto que son:

- | | | |
|-------------------------|---------------------------|---------------------|
| 7. números naturales. | 8. enteros no negativos. | 9. enteros. |
| 10. números racionales. | 11. números irracionales. | 12. números reales. |

Ilustre cada conjunto en la recta numérica.

- | | | | |
|-------------------|-----------------------|-------------------------------|--|
| 21. $\{x x > 5\}$ | 22. $\{x x \leq -2\}$ | 23. $\{x -1.3 < x \leq 2.4\}$ | 24. $\left\{x \mid \frac{2}{3} \leq x < 4, x \in \mathbb{N}\right\}$ |
|-------------------|-----------------------|-------------------------------|--|

B. Potencias y raíces

[1.6] Exprese cada número en notación científica.

- | | | | |
|---------------|-------------|-------------|--------------|
| 95. 0.0000742 | 96. 460,000 | 97. 183,000 | 98. 0.000001 |
|---------------|-------------|-------------|--------------|

Simplifique cada expresión y exprese la respuesta sin exponentes.

- | | | | |
|--|---|-------------------------------|-------------------------|
| 99. $(25 \times 10^{-3})(1.2 \times 10^6)$ | 100. $\frac{27 \times 10^3}{9 \times 10^5}$ | 101. $\frac{4,000,000}{0.02}$ | 102. $(0.004)(500,000)$ |
|--|---|-------------------------------|-------------------------|

Convierta 389,000,000 a notación científica.

Simplifique $\frac{3.12 \times 10^6}{1.2 \times 10^{-2}}$ y escriba el número sin exponentes.

[7.2] Escriba en forma exponencial.

- | | | | |
|------------------|---------------------|--------------------------|------------------------|
| 15. $\sqrt{x^7}$ | 16. $\sqrt[3]{x^5}$ | 17. $(\sqrt[4]{y})^{13}$ | 18. $\sqrt[6]{6^{-2}}$ |
|------------------|---------------------|--------------------------|------------------------|

Escriba en forma radical.

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------------|--------------------|
| 19. $x^{1/2}$ | 20. $a^{4/5}$ | 21. $(8m^2n)^{7/4}$ | 22. $(x+y)^{-5/3}$ |
|---------------|---------------|---------------------|--------------------|

Simplifique cada expresión radical cambiándola a forma exponencial. Escriba la respuesta en forma radical cuando sea apropiado.

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 23. $\sqrt[4]{4^9}$ | 24. $\sqrt{x^{12}}$ | 25. $(\sqrt[4]{9})^8$ | 26. $\sqrt[20]{a^5}$ |
|---------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|

Simplifique. Escriba la respuesta sin exponentes negativos.

31. $x^{3/5} \cdot x^{-1/3}$

32. $\left(\frac{64}{y^6}\right)^{1/2}$

33. $\left(\frac{a^{-6/5}}{a^{2/5}}\right)^{2/3}$

34. $\left(\frac{20x^5y^{-3}}{4y^{1/2}}\right)^2$

Multiplique.

35. $a^{1/2}(5a^{3/2} - 3a^2)$

36. $4x^{-2/3}\left(x^{-1/2} + \frac{11}{4}x^{2/3}\right)$

Factorice cada expresión. Escriba la respuesta sin exponentes negativos.

37. $x^{2/5} + x^{7/5}$

38. $a^{-1/2} + a^{3/2}$

[7.2-7.5] Simplifique.

43. $\sqrt{48}$

44. $\sqrt[3]{128}$

45. $\sqrt{\frac{49}{9}}$

46. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

47. $-\sqrt{\frac{81}{49}}$

48. $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$

49. $\sqrt{32} \sqrt{2}$

50. $\sqrt[3]{32} \sqrt[3]{2}$

87. $\sqrt{\frac{2a^2b^{11}}{a^3b}}$

88. $\sqrt{\frac{3x^2y^6}{8x^3}}$

89. $(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$

90. $(\sqrt{x} + y)(\sqrt{x} - y)$

91. $(x - \sqrt{y})(x + \sqrt{y})$

92. $(\sqrt{3} + 2)^2$

93. $(\sqrt{x} - \sqrt{3y})(\sqrt{x} + \sqrt{3y})$

C. Ecuaciones lineales

Simplifique

2. $2p - 3q + 2pq - 6p(q - 3) - 4p$

3. $7q - [2[3 - 4(q + 7)] + 5q] - 8$

En los ejercicios del 4 al 8, resuelva la ecuación.

4. $7(d + 2) = 3(2d - 4)$

5. $\frac{r}{12} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$

6. $-2(x + 3) = 4[3[x - (3x + 7)] + 2]$

14 Despeje x de la fórmula $y - y_1 = m(x - x_1)$.

D. Desigualdades

19. $x - 3 \leq 4$ y $2x + 1 > 10$

20. $7 \leq \frac{2u - 5}{3} < 9$

Determine el conjunto solución para las ecuaciones siguientes.

21. $|2b + 5| = 9$

22. $|2x - 3| = \left| \frac{1}{2}x - 10 \right|$

Determine el conjunto solución para las desigualdades siguientes.

23. $|4z + 12| = 0$

24. $|2x - 3| + 6 > 11$

25. $\left| \frac{2x - 3}{8} \right| \leq \frac{1}{4}$

E. Ecuaciones cuadráticas

Complete el cuadrado para resolver cada ecuación.

5. $x^2 - 7x + 12 = 0$

6. $x^2 + 4x - 32 = 0$

7. $a^2 + 2a - 9 = 0$

8. $z^2 + 6z = 12$

9. $x^2 - 2x + 10 = 0$

10. $2r^2 - 8r = -64$

[8.4] Resuelva cada ecuación.

61. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

62. $x^4 - 21x^2 + 80 = 0$

63. $a^4 = 5a^2 + 24$

64. $3y^{-2} + 16y^{-1} = 12$

65. $3r + 11\sqrt{r} - 4 = 0$

66. $2p^{2/3} - 7p^{1/3} + 6 = 0$

67. $6(x - 2)^{-2} = -13(x - 2)^{-1} + 8$

68. $10(r + 1) = \frac{12}{r + 1} - 7$

12. Multiplique $(5xy - 3)(5xy + 3)$.
13. Resuelva $\sqrt{2x^2 + 7} + 3 = 8$.
14. Factorice $4x^3 - 9x^2 + 5x$.
15. Factorice $(x + 1)^3 - 27$.
16. Resuelva $8x^2 - 3 = -10x$.
17. Multiplique $\frac{4x + 4y}{x^2y} \cdot \frac{y^3}{12x}$.
18. Sume $\frac{x - 4}{x - 5} - \frac{3}{x + 5} - \frac{10}{x^2 - 25}$.
19. Resuelva $\frac{4}{x} - \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$.
18. Resuelva la ecuación

$$\frac{1}{a - 2} = \frac{4a - 1}{a^2 + 5a - 14} + \frac{2}{a + 7}$$

F. Factorización

Factorizar:

- | | |
|---|-----------------------------|
| (a) $ac + bc - ad - bd$; | (a) $a^2 + 4ab + 4b^2$; |
| (b) $1 + a + a^2 + a^3$; | (b) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$; |
| (c) $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{13} + a^{14}$; | (c) $a^2 - 2a + 1$. |
| (d) $x^4 - x^3 + 2x - 2$. | |
-
- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| (a) $a^5 - b^5$; | (a) $a^2 - 3ab + 2b^2$; |
| (b) $a^{10} - b^{10}$; | (b) $a^2 + 3a + 2$. |
| (c) $a^7 - 1$. | |

(a) $x^4 + 1$;

(b) $x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$;

(c) $a^{10} + a^5 + 1$;

(d) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$;

(e) $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$;

(f) $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$.

Opcionales! Estas factorizaciones no son tan fáciles y los dejo aquí como retos.

G. Sucesiones

[113] Determine los primeros cinco términos de cada sucesión geométrica.

47. $a_1 = 6, r = 2$

48. $a_1 = -12, r = \frac{1}{2}$

49. $a_1 = 20, r = -\frac{2}{3}$

50. $a_1 = -20, r = \frac{1}{5}$

Escriba los primeros cuatro términos de cada sucesión aritmética. Luego determine a_{10} y s_{10} .

39. $a_1 = -7, d = 4$

40. $a_1 = 4, d = -3$

41. $a_1 = \frac{5}{6}, d = \frac{2}{3}$

42. $a_1 = -60, d = 5$

Determine el número de términos en cada sucesión aritmética. Luego determine s_n .

43. 4, 9, 14, ..., 64

44. -7, -4, -1, ..., 11

45. $\frac{6}{10}, \frac{9}{10}, \frac{12}{10}, \dots, \frac{36}{10}$

46. -9, -3, 3, 9, ..., 45

8. Escriba el término general de la sucesión geométrica siguiente.

5, 10, 20, 40, ...

18. Escriba 0.3939... como una razón de enteros.

H. Problemas de aplicaciones

- 22. Una pila de troncos** Se apilan troncos con 13 piezas en la fila inferior, 12 troncos en la segunda fila, 11 troncos en la tercera fila, y así sucesivamente hasta la parte superior. ¿Cuántos troncos hay?
- 23. Ahorro para el retiro** Con la finalidad de ahorrar para su retiro, Jamie Monroe planea ahorrar \$1000 el primer año, \$2000 el segundo año, \$3000 el tercer año, e incrementar la cantidad ahorrada en \$1000 en cada año sucesivo. ¿Cuánto habrá ahorrado al final del vigésimo año de estar ahorrando?
- 24. Ingresos** Yolanda Rivera gana \$700 a la semana trabajando en una oficina de seguros. Su jefe le ha garantizado un aumento de 4% a la semana durante las siguientes 7 semanas. ¿Cuánto recibirá en la sexta semana?
- 25. Cultivo de bacterias** El número de bacterias en un cultivo se triplica cada hora. Si al inicio había 500 bacterias en el cultivo, ¿cuántas bacterias habrá en el cultivo al final de la sexta hora?
- 8. Comparación de tamaños de estados** Rhode Island tiene un área territorial de alrededor de 1.045×10^3 millas cuadradas. Alaska tiene un área territorial de casi 5.704×10^5 millas cuadradas. ¿Cuántas veces es más grande el área territorial de Alaska que la de Rhode Island?
- 20. Mezcla de nueces** Molly Fitzgerald, propietaria de La Casa de las Nueces de Molly, tiene castañas que cuestan \$6.50 por libra y cacahuates que cuestan \$2.50 la libra. Si desea producir 40 libras de una mezcla de castañas y cacahuates que vende a \$4.00 la libra, ¿cuántas libras de castañas y cuántas de cacahuates debe mezclar Molly?