

**Examen final**

7 junio, 2016

1. Calcular, sin calculadora, dando la respuesta en notación decimal:

- |                                |                             |   |                             |
|--------------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|
| a) $-3^2$                      | f) $\frac{1}{0.02}$         | k) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$            | $\tilde{n}) \log \sqrt{10}$ |
| b) $(-3)^2$                    | g) $\sqrt{0.0036}$          |   | o) $\log 10^{2016}$         |
| c) $\frac{4}{5}$               | h) $\sqrt{0.1}\sqrt{0.001}$ | l) $\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$ | p) $10^{\log 3}$            |
| d) $10^{-4}$                   | i) $(\sqrt[3]{2})^9$        | m) $\frac{0.1 - 2}{0.5}$                      | q) $10^{2\log 3}$           |
| e) $\frac{4}{5} \cdot 10^{-4}$ | j) $27^{\frac{1}{3}}$       | n) $\log 0.01$                                | r) $\log 2 + \log 5$        |
|                                |                             |   | s) $\log 8 - \log 0.8$      |
|                                |                             |   | t) $\frac{\log 9}{\log 3}$  |

2. Simplificar

- |                                 |                                 |                                   |
|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1}$ | c) $\frac{5}{\sqrt{5}}$         | e) $\frac{x^{-3}y^2}{3x^4y^{-3}}$ |
| b) $(\sqrt{3}x^2)^4$            | d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$ | f) $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$ |

3. Encuentra las soluciones *reales* de cada ecuación.

- |                  |              |                        |
|------------------|--------------|------------------------|
| a) $x^2 = 2$     | c) $x^3 = 1$ | e) $x^2(3x + 4)^5 = 0$ |
| b) $x^2 = x - 1$ | d) $x^4 = 1$ |                        |

4. Encuentra las soluciones *complejas* de las ecuaciones del problema anterior.

5. Encuentra el conjunto de soluciones reales de cada desigualdad

- |              |                  |                     |                  |
|--------------|------------------|---------------------|------------------|
| a) $ x  < 4$ | b) $ x + 1  < 4$ | c) $3 < 4 - 5x < 6$ | d) $x^2 > x + 1$ |
|--------------|------------------|---------------------|------------------|

6. Dibujar las gráficas de las funciones  $y = x + 1$  y  $y = (x + 1)^2$  en el mismo sistema de coordenadas y encontrar sus puntos de intersección (en caso que se intersectan).

7. ¿Para qué valores reales de  $c$  se puede factorizar el polinomio  $x^2 + cx + 1$  como un producto de polinomios lineales (de grado 1) con coeficientes reales?

8. El precio de un producto subió 11% en el año 2014 y bajó 10% en el año 2015. ¿Cuánto% ha subido o bajado el precio en los dos años 2014-2015?

9. Convertir los ángulos siguientes de radianes a grados, calcular (sin calculadora) el  $\sin \alpha$  y  $\cos \alpha$  y marcar  $e^{i\alpha}$  en el plano de los números complejos.

- |             |              |            |
|-------------|--------------|------------|
| (a) $\pi/4$ | (b) $-\pi/6$ | (c) $5\pi$ |
|-------------|--------------|------------|

**Problemas opcionales** (solo si te queda tiempo y energía)

10. ¿Para qué valores de  $c$  la parábola  $y = x^2 + 2x + c$  tiene su vértice arriba del eje de  $x$ ?
11. ¿Para qué valor de  $k$  las rectas dadas por  $2x + ky = 5/7$ ,  $x + 2y = 7/9$ , son paralelas?
12. Encuentra las soluciones reales de cada ecuación
  - (a)  $5 \log 2x = 2 \log 5x$
  - (b)  $2^{x-4} = 4^{x-3}$
  - (c)  $2 \log_3 x = 3 \log_2 x$
13. Calcula la suma  $215 + 217 + 219 + \dots + 2015$  (la suma de los números impares entre 215 y 2015).
14. Un número  $x$  satisface  $x + 1/x = 3$ . Encontrar  $x^2 + 1/x^2$  y  $x^3 + 1/x^3$ .
15. Encuentra  $\sin(105^\circ)$  sin calculadora.
16. Tenemos dos jaras, una con 1 litro de agua, otra con 1 litro de leche. Pasamos 1 cuchara (10 mililitros) de la jara de agua a la jara de leche, mezclamos, luego una cuchara de leche (mezcalada con poco de agua) de regreso a la jara de agua. ¿Qué hay más ahora, agua en la leche o leche en el agua?