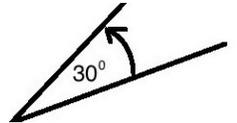


**Tarea núm. 13**

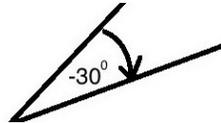
(para entregar el jueves 19 mayo)

1. Convertir de grados a radianes y dibujar el ángulo correspondiente.

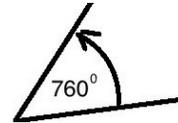
Ejemplos:



$$30^\circ = \pi/6 \approx 0.52 \text{ rad,}$$



$$-30^\circ = -\pi/6 \approx -0.52 \text{ rad,}$$



$$760^\circ = 760 \frac{\pi}{180} = \frac{38\pi}{9} \approx 13.3 \text{ rad}$$

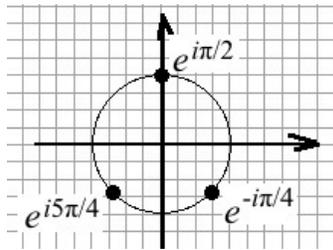
- (a)  $90^\circ$  (b)  $-120^\circ$  (c)  $1^\circ$  (d)  $-45^\circ$  (e)  $180^\circ$  (f)  $-1800^\circ$

2. Convertir de radianes a grados y dibujar el ángulo correspondiente:

- (a)  $\pi$  (b)  $-\pi/180$  (c)  $30\pi$  (d)  $\pi/12$  (e)  $0.1$

3. Para cada uno de los siguientes ángulos  $\alpha$  (dados en radianes), hay que dibujar el punto  $e^{i\alpha}$  en el plano complejo, y usar el dibujo para calcular (¡sin calculadora!) el  $\text{sen } \alpha$  y  $\text{cos } \alpha$ .

Ejemplos:



$$\cos \frac{\pi}{2} = 0, \text{ sen } \frac{\pi}{2} = 1,$$

$$\cos \frac{5\pi}{4} = \text{sen } \frac{5\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ sen } \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

- (a)  $\pi/2$  (b)  $3\pi/2$  (c)  $-\pi/2$  (d)  $2\pi/3$  (e)  $99\pi$  (f)  $0$

4. Encontrar todas las soluciones, reales o complejas, de las siguientes ecuaciones, y marcarlas sobre el plano complejo:

(a)  $x^2 + 5 = 0$  (b)  $x^3 + 5x = 0$  (c)  $x^2 + x + 1 = 0$  (d)  $x^3 = 1$  (e)  $x^4 = 1$

(f)  $x^2 + 2ix + 1 = 0$  (g)  $x^3 - x^2 + x = 0$

5. a) Usa la fórmula de Euler  $e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \text{sen } \alpha$  y la relación  $(e^{i\alpha})^2 = e^{i2\alpha}$ , para obtener una fórmula que expresa  $\cos(2\alpha)$  y  $\text{sen}(2\alpha)$  en términos de  $\cos \alpha$  y  $\text{sen } \alpha$ .  
 b) Usa el inciso anterior y la relación  $(\text{sen } \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ , para expresar a  $\cos(2\alpha)$  solamente en términos de  $\cos \alpha$ . (Respuesta:  $\cos(2\alpha) = 2(\cos \alpha)^2 - 1$ ).  
 c) Expresa  $\cos(3\alpha)$  y  $\text{sen}(3\alpha)$  en términos de  $\cos \alpha$  y  $\text{sen } \alpha$ .  
 d) Encontrar  $\cos \alpha$  y  $\text{sen } \alpha$  para  $\alpha = \frac{\pi}{12}$  (15 grados).

Sugerencia: usa la fórmula del 2do inciso para expresar  $\cos \frac{\pi}{6}$  en términos de  $\cos \frac{\pi}{12}$ . El valor de  $\cos \frac{\pi}{6}$  hemos calculado en la clase (es  $\sqrt{3}/2$ ). Si denotas a  $\cos \frac{\pi}{12}$  por  $x$ , debes tener ahora una ecuación cuadrática para  $x$ , la cual puedes resolver. Ya que encontraste el valor de  $\cos \frac{\pi}{12}$ , usas la relación  $(\text{sen } \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$  para encontrar el valor de  $\text{sen } \frac{\pi}{12}$