

Exámen parcial 1

4 oct, 2017.

1. a) Representa el número 2017 en las bases 2, 4 y 8.
b)* (Opcional) Encuentra un método eficiente para convertir la representación de un número en base b a su representación en base b^k .
2. Demuestra que
$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$
para todo entero $n \geq 2$.
3. Sean $a, b, n \in \mathbb{Z}$, $n > 1$.
 - a) Define: a divide a b .
 - b) Define: a, b son primos relativos.
 - c) Define: b es un recíproco de a módulo n .
 - d) Demuestra: $a \in \mathbb{Z}$ tiene un recíproco módulo n si y solo si a, n son primos relativos.
 - e) Encuentra un recíproco positivo menor que 72 de 35 módulo 72, o demuestra que no existe.
 - f) ¿Cuántos enteros positivos menores que 72 tienen un recíproco módulo 72?
4. Encuentra una potencia de 7 que termina con 07, o demuestra que tal potencia no existe.
- 5.* (Opcional) Encuentra un entero positivo $n < 111$ tal que $n^{49} \equiv 51 \pmod{111}$, o demuestra que no existe tal n .