Examen final

10 dic 2019

Resolver suficiente problemas para juntar 100 puntos de las dos partes. Hay que resolver por lo menos 1 problema de la parte II.

I. Cierto o Falso (10 pts cada inciso.)

1. Sea $f(x) \in F(x)$ un polinomio irreducible de grado n sobre un campo F. Existe una extensión de campos de grado n, $F \subset K$, tal que $f(x)$ tiene una raiz (por lo menos) en K.
2. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}[\sqrt{3}]$ es una extensión de Galois.
3. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}[\sqrt[3]{3}]$ es una extensión de Galois.
4. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}]$ es una extensión de Galois.
5. $\mathbb{Q}(x^3) \subset \mathbb{Q}(x)$ es una extensión algebraica.
6. Todo campo de descomposición de un polinomio irreducible en $F[x]$ de grado n tiene grado n sobre F.
7. $\mathbb{Q}(\sqrt{4+\sqrt{5}}), \mathbb{Q}(\sqrt{4-\sqrt{5}}) \subset \mathbb{R}$ son campos isomorfos.
8. Un campo con p^n elementos contiene un subcampo con p^m elementos si $m < n$.
9. Existe un campo infinito de característica 2.
10. $\cos(2\pi/7)$ es algebraico.
11. $\cos\theta$ es algebraico si y si solo si $\sin\theta$ es algebraico
12. $\cos\theta$ es construible con compas y regla si y si solo si $\sin\theta$ lo es.

II. Problemas adicionales (Resolver por lo menos 1 problema. Cada problema vale 25 pts.)

1. Encontrar (a) un campo de descomposicion K del polinomio $(x^2-2)(x^2-3) \in \mathbb{Q}[x]$; (b) el grupo de Galois de $K/\mathbb{Q}$; (c) todos los campos intermedios entre $\mathbb{Q}$ y K.
2. Construir la tabla de multiplicación de un campo con 9 elementos.