

Tarea 11

(para el 15 nov, 2019)

1. Sea $K \subset \mathbb{C}$ el campo de descomposición del polinomio $f(x) = x^4 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$.
 - a) Muestra que $[K : \mathbb{Q}] = 8$, encuentra una base de K sobre \mathbb{Q} , y describe el campo explícitamente como un subcampo de \mathbb{C} .
 - b) Describe el grupo de Galois de K/\mathbb{Q} . Consiste en 8 elementos que actúan en las raíces de f por ciertas permutaciones. Realiza cada uno de los elementos del grupo explícitamente por tales permutaciones. Muestra que el grupo no es abeliano. Muestra que este grupo es isomorfo al grupo dihédrico D_4 .
 - c) Haz una lista de todos los subgrupos H de este grupo y describe los subcampos K^H que corresponden a estos subgrupos explícitamente como subcampos de \mathbb{C} . (Nota: son 8 subcampos, excluyendo a \mathbb{Q} y K).
2. Sea $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}) \subset \mathbb{R}$. Muestra que K/\mathbb{Q} es una extensión de Galois y describe su grupo de Galois. Describe todos los subcampos de K .